

次の連続する整数の和をみて
考えてみよう。

$1+2=3$ $2+3=5$ $3+4=7$ ここで、 連続する 2つの整数の和は、 奇数だ と言えそう。	$1+2+3=6$ $2+3+4=9$ $3+4+5=12$ ここで、 連続する 3つの整数の和は、 3の倍数である と言えそう。
---	--

$1+2+3+4=10$ $2+3+4+5=14$ $3+4+5+6=18$ 連続する 4つの整数の和は、 2の倍数だ と言えそう。	$1+2+3+4+5=15$ $2+3+4+5+6=20$ $3+4+5+6+7=25$ 連続する 5つの整数の和は、 3の倍数である と言えそう。
--	--

もう少し進めてみると

$1+2+3+4+5+6$ $=21$ $2+3+4+5+6+7$ $=27$ $3+4+5+6+7+8$ $=33$ 連続する 6つの整数の和は、 3の倍数だ と言えそう。	$1+2+3+4+5+6+7$ $=28$ $2+3+4+5+6+7+8$ $=35$ $3+4+5+6+7+8+9$ $=42$ 連続する 7つの整数の和は、 7の倍数である と言えそう。
--	--

左の具体的な数の和を
文字式で表してみました。

理解できるまで繰り返し読みましょう。

$n+(n+1)$ $=2n+1$ 連続する 2つの整数の和は、 奇数だ	$n+(n+1)+(n+2)$ $=3n+(1+2)$ $=3(n+1)$ 連続する 3つの整数の和は、 3の倍数である
--	---

$n+(n+1)+(n+2)$ $+ (n+3)$ $=4n+(1+2+3)$ $=4n+2 \times 3$ 連続する 4つの整数の和は、 2の倍数	$n+(n+1)+(n+2)$ $+ (n+3) + (n+4)$ $=5n+(1+2+3+4)$ $=5(n+2)$ 連続する 5つの整数の和は、 5の倍数である
--	--

$n+(n+1)+(n+2)$ $+ (n+3) + (n+4)$ $+ (n+5)$ $=$ $6n+(1+2+3+4+5)$ $=6n+3 \times 5$ 連続する 6つの整数の和は、 3の倍数	$n+(n+1)+(n+2)$ $+ (n+3) + (n+4)$ $+ (n+5)$ $=$ $7n+(1+2+3+4+5+6)$ $=7(n+3)$ 連続する 7つの整数の和は、 7の倍数である
---	---

偶数個と奇数個とで考えると、

偶数個の場合は、
連続する個数の半分の倍数

奇数個の場合は、
連続する個数の倍数

となるように思われる。

それは、
どんな場合でも言えることかどうか。

次のことについて
文字式で説明してみよう。

連続する
3つの整数の和は、
3の倍数である

連続する
5つの整数の和は、
5の倍数である

連続する
7つの整数の和は、
7の倍数である

連続する
2つの整数の和は、
奇数だ

連続する
4つの整数の和は、
2の倍数である

連続する
6つの整数の和は、
6の倍数である

m, n を自然数として、
次の数を表しなさい。

偶数		
奇数		

十の位の数を **m**、
一の位の数を **n** として、
2桁 の自然数を示せ。

ア

上の二ケタの数の
十の位の数と
一の位の数とを入れ替えた数。

イ

ア と イ の和

=

ア と イ の差

=

偶数と偶数の和

 +

=

=

偶数と偶数の差

 -

=

=

奇数と奇数の和

奇数と奇数の差

 -

p, q, r を自然数として、
次の数を表しなさい。

百の位の数が **p**、
十の位の数が **q**
一の位の数が **r**、
である数

ア

百の位の数が **r**、
十の位の数が **q**、
一の位の数が **p**
である数

イ

ア と イ の差

=

2の倍数と	2の倍数と	の和は
2の倍数	であるから	
一の位が		ならば
その数は		である。

10=2×5であるから、
10から上の位は
いつでも2の倍数である。

5の倍数と	5の倍数と	の和は
5の倍数	であるから	
一の位が		ならば
その数は	2の倍数	である。

10=5×2であるから、
10から上の位は
いつでも5の倍数である。

4の倍数と	4の倍数と	の和は
4の倍数	であるから	
下2ケタが	4の倍数	ならば
その数は	4の倍数	である。

100=4×25であるから、
100から上の位は
いつでも4の倍数である。

8の倍数と	8の倍数と	の和は
8の倍数	であるから	
下3ケタが	8の倍数	ならば
その数は	8の倍数	である。

1000=8×125であるから、
1000から上の位は
いつでも8の倍数である。

9の倍数と	9の倍数と	の和は
9の倍数	であるから	
各位の	数の和	が
9の倍数	ならば、	
その数は	9の倍数	である。

参考

234

$$\begin{aligned}
 &=200+30+4 \\
 &=(100\times 2)+(10\times 3)+4 \\
 &=\{(99+1)\times 2\}+\{(9+1)\times 3\}+4 \\
 &=(99\times 2+1\times 2)+(9\times 2+1\times 3)+4 \\
 &=99\times 2+2+9\times 2+3+4 \\
 &=99\times 2+9\times 2+2+3+4 \\
 &=(99\times 2+9\times 2)+(2+3+4)
 \end{aligned}$$

$$=(9\text{の倍数})+(\text{各位の数の和})$$

上記のことから、

「各位の数の和」が
「9の倍数」であれば、
元の数も「9の倍数」
であることが分かる。

同様にして、上記のことから、

3の倍数と	3の倍数と	の和は
3の倍数	であるから	
各位の	数の和	が
3の倍数	ならば、	
その数は	3の倍数	である。

左記の式のうち、

9の倍数はかならず
3の倍数であるから、

$$=(9\text{の倍数})+(\text{各位の数の和})$$

$$=3\text{の倍数}+\text{各位の数の和}$$

上記のことから、

「各位の数の和」が
「3の倍数」であれば、
元の数も「3の倍数」
であることが分かる。

2桁の自然数Aと

その一の位と十の位の数を

入れ替えた数B

との**和**は

の**倍数**であり、

その理由は次のように説明される。

m、**n** を自然数とすると、

2ケタの数**A**は

と表せる。また

入れ替えた数**B**は、

と表せる。

その**和**は、

と表せるから

であり、

2桁の自然数Aと

その一の位と十の位の数を

入れ替えた数B

との**差**は

の**倍数**である。

その理由は次のように説明される。

m、**n** を自然数とすると、

2ケタの数**A**は

と表せる。また

入れ替えた数**B**は、

と表せる。

その**差**は、

と表せるから

であると言える

3桁の自然数Aと

その一の位と百の位の数を

入れ替えた数B

との**差**は

の**倍数**である。

その理由は次のように説明される。

p、**q**、**r** を自然数とすると、

3ケタの数**A**は

と表せる。また

入れ替えた数**B**は、

と表せる。また

その**差**は、

と表せるから

であると言える

表を完成させなさい。

2の倍数と	2の倍数と	の和は
2の倍数	であるから	
一の位が		ならば
その数は		である。

10=2×5 であるから、
10 から上の位は
いつでも 2 の倍数である。

5の倍数と	5の倍数と	の和は
5の倍数	であるから	
一の位が		ならば
その数は		である。

10=5×2 であるから、
10 から上の位は
いつでも 5 の倍数である。

4の倍数と	4の倍数と	の和は
4の倍数	であるから	
	が 4の倍数	ならば