診断Q3-2 式の展開・因数分解　　レベル３　　　　月　　日（　　）氏名

次の計算をせよ．

$(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+1)$	
$(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}+1)$	
$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}+2)$	
$(\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}+2)$	

$(\sqrt{2}+1)^2$	
$(\sqrt{3}+1)^2$	
$(\sqrt{5}+2)^2$	
$(\sqrt{6}+1)^2$	

$(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-1)$	
$(\sqrt{3}-3)(\sqrt{3}-1)$	
$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}-2)$	
$(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}-2)$	

$(\sqrt{2}-1)^2$	
$(\sqrt{3}-1)^2$	
$(\sqrt{5}-2)^2$	
$(\sqrt{6}-1)^2$	

$(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-1)$	
$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1)$	
$(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)$	
$(\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}-2)$	

$(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$	
$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$	
$(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$	
$(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)$	

以下のの説明を写しなさい。

連続する３つの整数の
大きい整数の２乗から
小さい整数の２乗を
引くと
４の倍数になる。.

$(n+1)^2 - (n-1)^2$

$=(n^2+2n+1) - (n^2-2n+1)$

$=4n$

連続する３つの整数の
中間の数の２乗は，
大きい整数と小さい
整数の積に
１を加えた数と同じ.

$n^2=(n-1)(n+1)+1$

因数分解しなさい。

$(2n-1)^2-(2m-1)^2$

$= (4n^2-4n+1)-(4m^2-4m+1)$

$=4n^2-4n+1-4m^2+4m-1$

$=4n^2-4m^2-4n+4m$

$=4(n^2-m^2)-4(n-m)$

$=4(n-m)(n+m)-4(n-m)$

$=4\ (n-m)(n+m+1)\ m)$

連続する奇数の
大きい整数の２乗か
ら
小さい整数の２乗を
引くと
４の倍数になりそう.

$(2n+1)^2-(2n-1)^2$

$=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)$

$=8n$

連続する２つの偶数の
それぞれの数の
２乗の和は，
どうなるか.

$(2n)^2+\{2(n+1)\}^2$

$=4n^2+(4n^2+4n+2)$

$=8n^2+4n+2$

上のことから
どのようなことが言えるか

次のことを説明しなさい。

連続する２つの自然数の**２乗の和**は**奇数**である。

$n^2+(n+1)^2$

$=2n^2+2n+1$

$=2(n^2+n)+1$

連続する２つの自然数の**２乗の差**はその**２数の和**に等しい。

$(n+1)^2-n^2$

$=2n+1$

$=n+(n+1)$

連続する３つの自然数の真ん中の数の**２乗**と両端の数の**積**との**差**は常に**１**である。

$(n+1)(n-1)$

$=n^2-1$

連続する３つの自然数の**大小２数の２乗の差**は**４の倍数**である。

$(n+1)^2-(n-1)^2$

$=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)$

$=4n$

連続する２つの**偶数**の**２乗の和**は**２の倍数**である。

$(2n)^2+\{2(n+1)\}^2$

$=4n^2+(4n^2+4n+2)$

$=4(2n^2+n)+2$

連続する２つの**偶数**の**２乗の差**は**４の倍数**である。

$\{2(n+1)\}^2-(2n)^2$

$=8n+4$

連続する２つの**奇数**の**２乗の和**は**２の倍数**である。

$(2n+1)^2+(2n-1)^2$

$=(4n^2+4n+1)+(4n^2-4n+1)$

$=8n^2+2$

連続する２つの**奇数**の**２乗の差**は**８の倍数**である。

$(2n+1)^2-(2n-1)^2$

$=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)$

$=8n$

２つの奇数の**２乗の差**は**８の倍数**である。

$(2n-1)^2-(2m-1)^2$

$=4(n+m-1)(n-m$

n－m が	偶数のとき
n+m は	偶数であり
n+m－1 は	奇数である。

n－m が	奇数のとき
n+m は	奇数であり
n+m+1 は	偶数である。

よって、

$(n+m-1)$ か

$(n-m)$

のどちらか一方が
必ず偶数になるので、

$4(n+m-1)(n-m)$は

4×（偶数）（奇数）か

4×（奇数）（偶数）となる。

よって、

連続する３つの整数の真ん中の数の平方は他の２数の積よりいくつ大きいか.	n が整数の時 n^2+n は常に２で割り切れる

以下のの説明を写しなさい。

３，４，５の場合.

$4^2=16$
$3\times5=15$
１大きい

他の数ではどうか
４，５，６の場合.

$5^2=25$
$4\times6=24$
１大きい

いつも言えるだろうか.
文字式で表してみる.

真ん中の数をn
小さい方を$n-1$
大きい方を$n+1$
とすると,
$(n-1)(n+1)=n^2-1$
n^2より１小さいと
常に言える.

以下のの説明を写しなさい。

n が奇数の時
n^2 は奇数

n^2+n
＝奇数＋奇数
＝偶数
よって２で割り切れる

n が偶数の時
n^2 は偶数
n^2+n
＝偶数＋偶数
＝偶数
よって２で割り

奇数の平方の差は

何の倍数か．

以下のの説明を写しなさい。

$(2n+1)^2-(2m-1)^2$

$=4n^2+4n+1$

$\quad -(4m^2-4m+1)$

$=4(n^2-m^2+n-m)$

$=4\{(n+m)(n-m)-(n-m)\}$

$=4\{(n-m)(n+m-1)\}$

ここで，

$(n-m)$が**偶数**ならば

$(n+m-1)$は奇数

$(n-m)$が**奇数**ならば

$(n+m-1)$は偶数

どちらかが必ず偶数になるので，

$4\{(n-m)(n+m-1)\}$

＝４×偶数×奇数

＝８の倍数×奇数

＝８の倍数

1辺**6**m の正方形の畑がある．

一方の辺を**2**m **短く** し

もう一方の辺を**3**m **長く** すると

面積はどう変化するか．

以下のの説明を写しなさい。

元の正方形の面積は

$6\times6=$**36**（m^2）

変化した面積は

$(6-2)(6+3)=$**36**（m^2）

同じである．

では，

正方形の

タテを**2**m 短くし

ヨコを**3**m **長く** すれば

面積は変わらないのだろうか．

正方形の一辺の長さを

12m にしてみよう．

元の正方形の面積は

$12\times12=\boxed{144}$（m^2）

変化した面積は

$(12-2)(12+3)=$**150**（m^2）

同じではない．では，

面積が変わらないようにするには

何メートル短くし，

何メートルながくすればよいか

考えてみよう．

タテを**3**m 短くし

ヨコを**4**m **長く** すればどうなるか．

$(12-3)(12+4)=\boxed{144}$（m^2）

等しくなった．では，

短くした長さより

長くする辺を 1m ながくすれば

よいのだろうか．

1辺**10** メートルの正方形の畑がある．

一方の辺を 2m 短くし

もう一方の辺を 3m 長くすると

$(10-2)\{10+3\}=101$

予想は外れた・．

では，

どのような数であれば

元の面積と等しくなるのか．

$(x-a)(x+b)$

$=x^2+(b-a)x-ab$

であるから

$+(b-a)x-ab=0$

ならば，元の面積に等しくなる．すなわち、

$(b-a)x=ab$

$x=\boxed{\dfrac{ab}{b-a}}$

であるはず．とすれば，

この式では，

x m から考えるのは難しいが

短くする長さを **a**m

長くする長さを **b**m とすると

正方形の一辺が

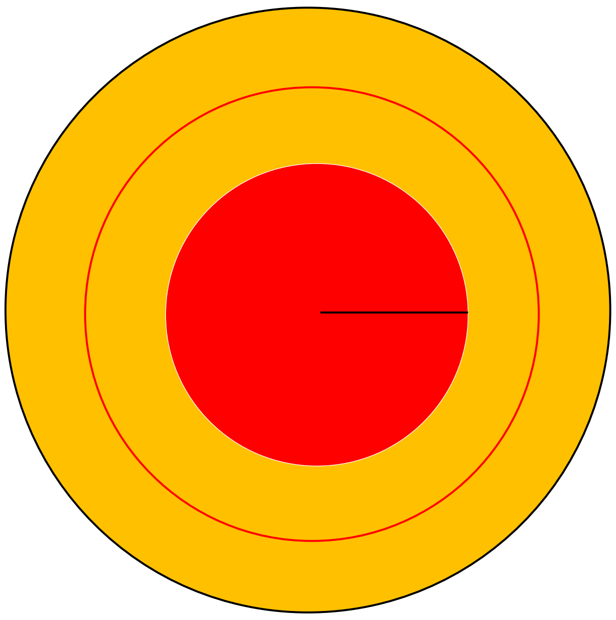
$\boxed{\dfrac{ab}{b-a}}$メートルであれば

面積は変化しない．

同心円の間の面積

半径ｒ$\overset{メー}{\text{ト}}$ルの円形の土地
の周りに
幅 2a$\overset{メー}{\text{ト}}$ルの道をつけた．
この道の面積は
道の真ん中を通る線(中線)と幅の積
に等しいことを説明せよ．

以下の説明を写しなさい。



大きい円の面積から小さい円の面積を引けば
道の面積が求められる。

$\pi(r+2a)^2-\pi r^2$
$=\pi(r^2+4ar+4a^2\pi)-\pi r^2$
$=\pi r^2+4\pi ar+4\pi a^2-\pi r^2$
$=\boxed{4\pi ar+4\pi a^2}$

一方、中線と幅をかけてみる。
中線は $\boxed{半径\ r+a}$ の円周であるから、
$2\pi(r+a)$ であり、
これに幅 2a をかけると
$4\pi a(r+a)=\boxed{4\pi ar+4\pi a^2}$
となり一致する。

このことは，
いちばん内部の円の半径をゼロとすると，

円の面積は，一般に
半径の半分×中央線
として求められることを示す．

このことを説明せよ．

半径を r とすると，
円の面積は πr^2　また一方
中線が示す円の半径は $\dfrac{r}{2}$ である，
その円周（中線）は
$2\times\pi\times\dfrac{r}{2}=\pi r$
幅は，r であるから，

中線の長さ×幅
$=\pi r\times r$
$=\pi r^2$ である
すなわち
ふつうの円の面積の公式と
中線の長さ×幅は
πr^2 で一致する。は

さらに，
三角形の面積は，一般に
底辺×高さ÷2
として求められるが，

中線×高さ
＝三角形の面積

としても求められる．これを説明せよ．
更にさらに，
台形の面積も

中線×高さ
＝台形の面積
としても求められる．これを説明せよ．