

次の連続する整数の和をみて
考えてみよう。

$1+2=3$ $2+3=5$ $3+4=7$ ここで、 連続する 2つの整数の和は、 奇数だ と言えそう。	$1+2+3=6$ $2+3+4=9$ $3+4+5=12$ ここで、 連続する 3つの整数の和は、 3の倍数である と言えそう。
---	--

左の具体的な数の和を
文字式で表してみました。
理解できるまで繰り返し読みましょう。

$n+(n+1)$ $=2n+1$ 連続する 2つの整数の和は、 奇数だ	$n+(n+1)+(n+2)$ $=3n+(1+2)$ $=3(n+1)$ 連続する 3つの整数の和は、 3の倍数である
--	---

$1+2+3+4=10$ $2+3+4+5=14$ $3+4+5+6=18$ 連続する 4つの整数の和は、 2の倍数だ と言えそう。	$1+2+3+4+5=15$ $2+3+4+5+6=20$ $3+4+5+6+7=25$ 連続する 5つの整数の和は、 5の倍数である と言えそう。
--	--

$n+(n+1)+(n+2)$ $+(n+3)$ $=4n+(1+2+3)$ $=4n+2 \times 3$ 連続する 4つの整数の和は、 2の倍数	$n+(n+1)+(n+2)$ $+(n+3)+(n+4)$ $=5n+(1+2+3+4)$ $=5(n+2)$ 連続する 5つの整数の和は、 5の倍数である
---	---

もう少し進めてみると

$1+2+3+4+5+6$ $=21$ $2+3+4+5+6+7$ $=27$ $3+4+5+6+7+8$ $=33$ 連続する 6つの整数の和は、 3の倍数だ と言えそう。	$1+2+3+4+5+6+7$ $=28$ $2+3+4+5+6+7+8$ $=35$ $3+4+5+6+7+8+9$ $=42$ 連続する 7つの整数の和は、 7の倍数である と言えそう。
--	--

$n+(n+1)+(n+2)$ $+(n+3)+(n+4)+(n+5)$ $=6n+(1+2+3+4+5)$ $=6n+3 \times 5$ 連続する 6つの整数の和は、 3の倍数	連続する 7つの整数の和は、 7の倍数である
---	------------------------------

偶数個と奇数個とで考えると、

偶数個の場合は、
連続する個数の半分の倍数

奇数個の場合は、
連続する個数の倍数

となるように思われる。

それは、
どんな場合でも言えることかどうか。

次のことについて
文字式で説明してみよう。

連続する
3つの整数の和は、
3の倍数である

連続する
5つの整数の和は、
5の倍数である

連続する
7つの整数の和は、
7の倍数である

連続する
2つの整数の和は、
奇数だ

連続する
4つの整数の和は、
2の倍数である

連続する
6つの整数の和は、
6の倍数である

m, n を自然数として、
次の数を表しなさい。

偶数	$2m$	$2n$
奇数	$2m-1$	$2n-1$

十の位の数を m 、
一の位の数を n として、
2桁の自然数を示せ。

ア

$$10m + n$$

上の二ケタの数の
十の位の数と
一の位の数とを入れ替えた数。

イ

$$10n + m$$

アとイの和

$$10m + n + 10n + m$$

$$= 11(m+n)$$

アとイの差

$$10m + n - (10n + m)$$

$$= 9(m+n)$$

偶数と偶数の和

$$2m + 2n$$

$$=$$

$$=$$

偶数と偶数の差

$$2m - 2n$$

$$=$$

$$=$$

奇数と奇数の和

$$2m-1$$

$$+$$

$$2n-1$$

奇数と奇数の差

$$2m-1 - (2n-1)$$

p, q, r を自然数として、
次の数を表しなさい。

百の位の数を p、
十の位の数を q
一の位の数を r

ア

$$100p+10q+r$$

百の位の数を r、
十の位の数を q
一の位の数を p □

イ

$$100r + 10q + p$$

アとイの差

$$\begin{array}{r} 100p + 10q + r \\ -) 100r + 10q + p \\ \hline 99p \quad -99r \\ = 99(p - r) \\ \text{99の倍数} \end{array}$$

p, q, r を自然数として、
次の数を表しなさい。

百の位の数を p、
十の位の数を q
一の位の数を r

ア

$$100p+10q+r$$

百の位の数を r、
十の位の数を q
一の位の数を p □

イ

$$100r + 10q + p$$

アとイの和

$$\begin{array}{r} 100p + 10q + r \\ +) 100r + 10q + p \\ \hline 101p \quad +101r \\ = 101(p + r) \\ \text{101の倍数} \end{array}$$

といきたいところだが
そうはならない。
誤りを正せ。

2の倍数と	2の倍数と	の和は
2の倍数	であるから	
一の位が	0,2,4,6,8	ならば
その数は	2の倍数	である。

10=2×5であるから、
10から上の位は
いつでも2の倍数である。

5の倍数と	5の倍数と	の和は
5の倍数	であるから	
一の位が	0,5	ならば
その数は	5の倍数	である。

10=5×2であるから、
10から上の位は
いつでも5の倍数である。

4の倍数と	4の倍数と	の和は
4の倍数	であるから	
下2ケタ が	4の倍数	ならば
その数は	4の倍数	である。

100=4×25であるから、
100から上の位は
いつでも4の倍数である。

8の倍数と	8の倍数と	の和は
8の倍数	であるから	
下3ケタ が	8の倍数	ならば
その数は	8の倍数	である。

1000=8×125であるから、
1000から上の位は
いつでも8の倍数である。

9の倍数と	9の倍数と	の和は
9の倍数	であるから	
各位の	数の和	が
9の倍数	ならば、	
その数は	9の倍数	である。

参考

234

$$\begin{aligned}
 &=200+30+4 \\
 &=(100\times 2)+(10\times 3)+4 \\
 &=\{(99+1)\times 2\}+\{(9+1)\times 3\}+4 \\
 &=(99\times 2+1\times 2)+(9\times 2+1\times 3)+4 \\
 &=99\times 2+2+9\times 2+3+4 \\
 &=99\times 2+9\times 2+2+3+4 \\
 &=(99\times 2+9\times 2)+(2+3+4) \\
 &=(9の倍数)+(各位の数の和)
 \end{aligned}$$

上記のことから、
「各位の数の和」が
「9の倍数」であれば、
元の数も「9の倍数」
であることが分かる。

同様にして、上記のことから

3の倍数と	3の倍数と	の和は
3の倍数	であるから	
各位の	数の和	が
3の倍数	ならば、	
その数は	3の倍数	である。

左記の式のうち、
9の倍数はかならず
3の倍数であるから、

$$\begin{aligned}
 &=(9の倍数)+(各位の数の和) \\
 &=3の倍数+各位の数の和
 \end{aligned}$$

上記のことから、
「各位の数の和」が
「3の倍数」であれば、
元の数も「3の倍数」
であることが分かる。

2桁の自然数Aと

その一の位と十の位の数を

入れ替えた数B

との**和**は

11

の倍数であり、

その理由は次のように説明される。

m、**n** を自然数とすると、

2ケタの数**A**は

$10m+n$

と表せる。また

入れ替えた数**B**は、

$10n+m$

と表せる。

その**和**は、

$11(m+n)$

と表せるから

11の倍数

であり、

表を完成させなさい。

2の倍数と	2の倍数と	の和は
2の倍数	であるから	
一の位が	2の倍数と	ならば
その数は	2の倍数	である。

$10=2 \times 5$ であるから、

10から上の位は

いつでも2の倍数である。

2桁の自然数Aと

その一の位と十の位の数を

入れ替えた数B

との**差**は

9

の倍数である。

その理由は次のように説明される。

m、**n** を自然数とすると、

2ケタの数**A**は

$10m+n$

と表せる。また

入れ替えた数**B**は、

$10n+m$

と表せる。

その**差**は、

$9(m-n)$

と表せるから

9の倍数

であると言える

5の倍数と	5の倍数と	の和は
5の倍数	であるから	
一の位が		ならば
その数は	5の倍数	である。

$10=5 \times 2$ であるから、

10から上の位は

いつでも5の倍数である。

3桁の自然数Aと

その一の位と百の位の数を

入れ替えた数B

との**差**は

99の倍数である。

その理由は次のように説明される。

p, q, r を自然数とすると、

3けたの数**A**は

$100p+10q+r$ と表せる。また

入れ替えた数**B**は、

$100r+10q+p$ と表せる。また

その**差**は、

$99(p-r)$ と表せるから

99の倍数 であると言える

4の倍数と	4の倍数と	の和は
4の倍数	であるから	
99 が	4の倍数	ならば
その数は	4の倍数	である。

$100=4 \times 25$ であるから、
100から上の位は
いつでも**4の倍数**である。