

図形の定義

と

図形の性質

定義は約束ごとですから
覚えるべきことです。

覚えるためには、
声に出して言うのが
最良の方法です。

三角形の分類

三角形は、

直角があるか否か

辺の長さが等しいか否か

で分類する。(名づける)

2辺が等しい三角形を

二等辺三角形と呼ぶ。

3辺が等しい三角形を

正三角形と呼ぶ。

直角がある三角形を

直角三角形と呼ぶ。

2辺が等しく直角がある三角形を

直角二等辺三角形と呼ぶ。

三角形の名称その定義

2つの辺が

等しい

三角形 を

二等辺

三角形

と言う

直角がある

三角形 を

直角

三角形

と言う

直角があって

2つの辺が等しい

三角形 を

直角

二等辺

三角形 と言う

3つの辺が

等しい

三角形 を

正

三角形

と言う

三角形の名称は

定義を名称にしているので
数学的にとらえやすい。

正三角形が

さんとうへん

三等辺三角形ならば

なお分かりやすかった。

これに比べると

四角形は、

数学的定義から離れていて

いささか分かりにくい。

四角形の定義と名称

定義	仮に 定義的名称 をつくと	一般名称
4つの辺が等しく 4つの角が等しい 四角形	四等辺 四等角 四角形	正方形 日本の古典から ならば ましかく になる 真四角
4つの辺が等しい 四角形	四等辺 四角形	ひし形 ↑ 日本の古典から きている
4つの角が等しい 四角形	四等角 四角形	長方形 ↑ 定義的名称
2組の対辺が <small>ふたぐみ</small> 平行な 四角形	2組対辺 平行 四角形	平行四辺形 ↑ まことに 定義そのもの
1組の <small>ひとぐみ</small> 対辺が平行な 四角形	1組 対辺平行 四角形	台形 ↑ 当たらずとも 遠からず

正多角形の名称と定義

名称	定義
正三角形	3つの辺が等しい三角形 3つの角も等しいがそれは定義ではなく性質としてとらえられている
正方形	4つの辺が等しく 4つの角が等しい 四角形
正五角形	5つの辺が等しく 5つの角が等しい 五角形
正六角形	6つの辺が等しく 6つの角が等しい 六角形
正七角形 正八角形	以下上記と同様
正 n 角形	n 個の辺が等しく n 個の角が等しい 正 n 角形

平行の定義

どちらにどこまで延ばしても
交わらない2本の直線は

平行である といいます。



直角の定義

4分の1回転の角度を
直角 といいます。

垂直の定義

直角の関係にある2本の直線は
垂直である といいます。

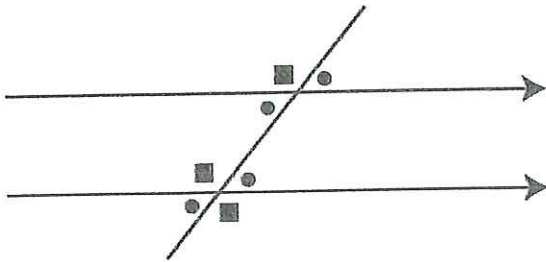
平行線間の距離の定義

2本の平行線の中に
垂直に引いた直線(線分)の長さを
平行線間の距離
といいます。

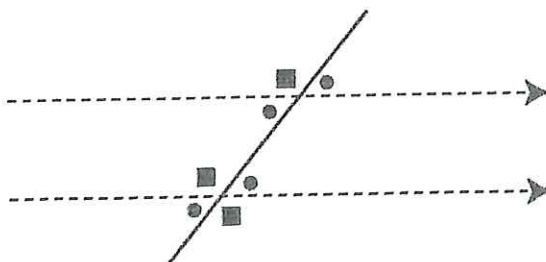
日常生活の中で
どこに直角があるか探^{さが}しなさい。

平行線の性質

平行線の 同位角は等しい。
平行線の 錯角は等しい。

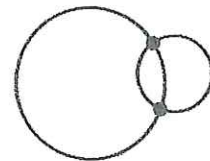
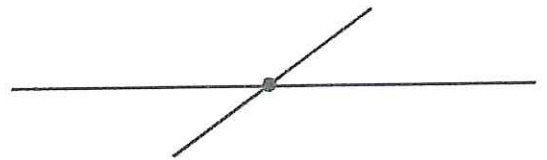


同位角が等しければ、平行である。
錯角が等しければ、平行である。



交点の定義

線と線とが交わった点を
交点 といいます。

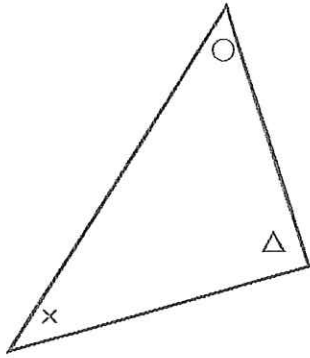


どのような三角形についても言えることは次のような事です。

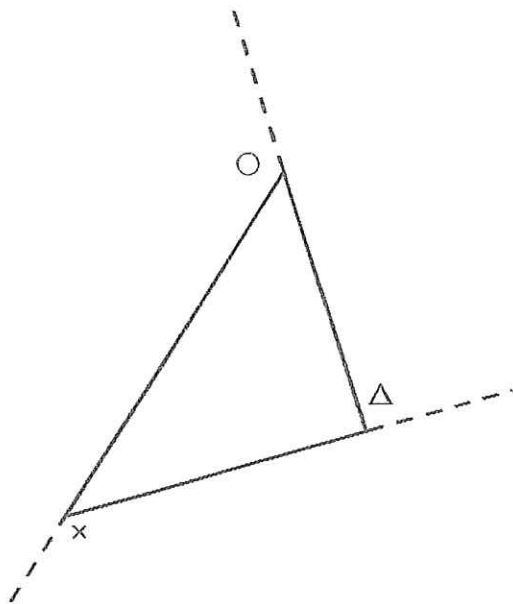
三角形の定義

3つの直線で囲まれた図形を
三角形 といいます。

内角



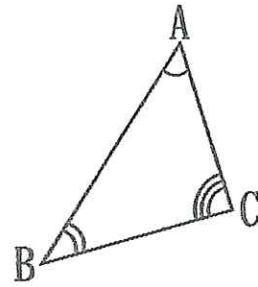
外角



三角形の性質

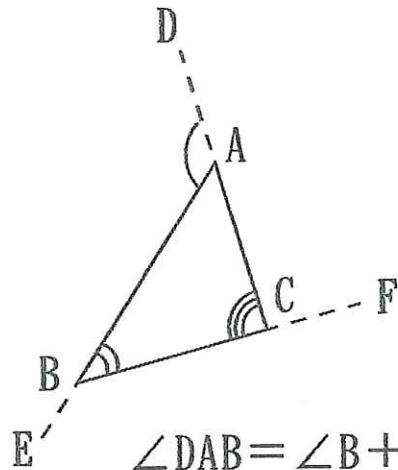
- ① 内角の和=[180度]
- ② 外角=[内対角の和]
- ③ 外角の和=[360度]

①



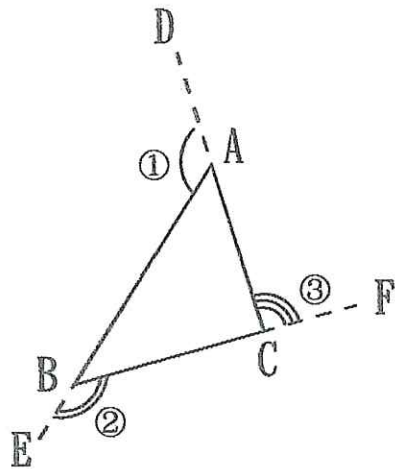
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180 \text{度}$$

②



$$\angle DAB = \angle B + \angle C$$

③



$$\angle DAB + \angle EBC + \angle FCA = 360 \text{度}$$

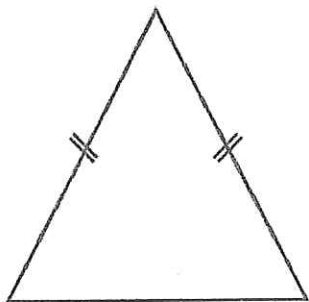
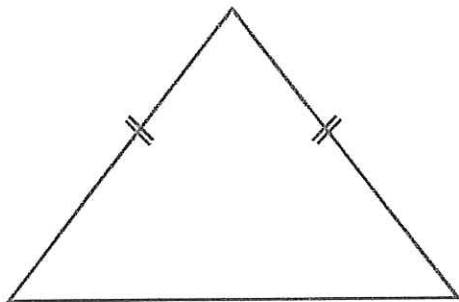
$$\text{①} + \text{②} + \text{③} = 360 \text{度}$$

外角の和=360度

二等辺三角形の定義

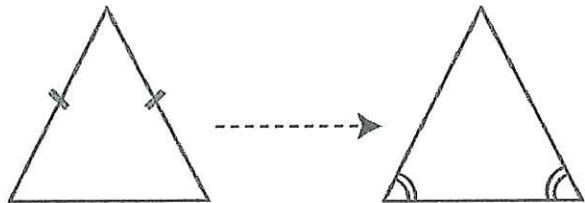
2つの辺が等しい三角形を

二等辺三角形という。

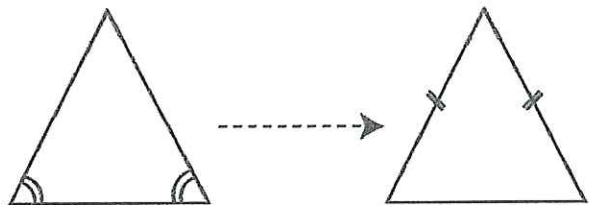


二等辺三角形の性質

二等辺三角形の
両底角は等しい



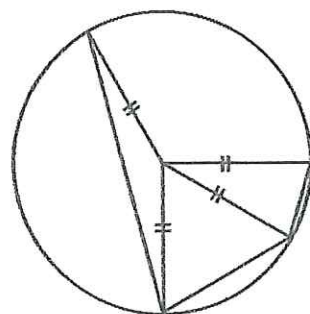
両底角が等しい三角形は
二等辺三角形である。



[参考]

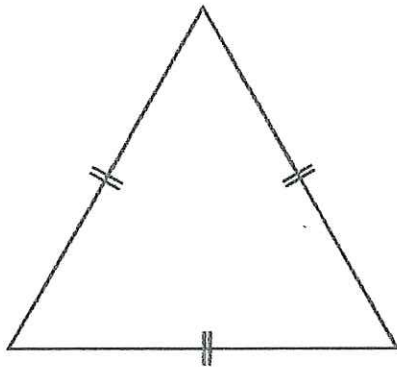
円の中に書かれた、
半径を2辺とする三角形は
二等辺三角形である。

(同一の円において半径
は常に等しいから)



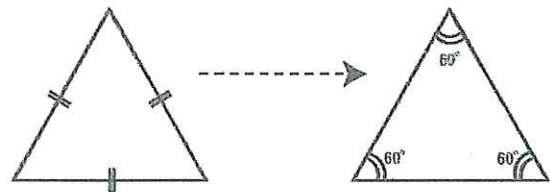
正三角形の定義

3つの辺が等しい三角形を
正三角形 という。

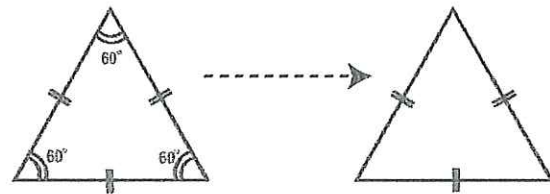


正三角形の性質

正三角形の
3つの角は、
全て等しく、
常に
60度である。



3つの角が60度の
三角形は
正三角形である。



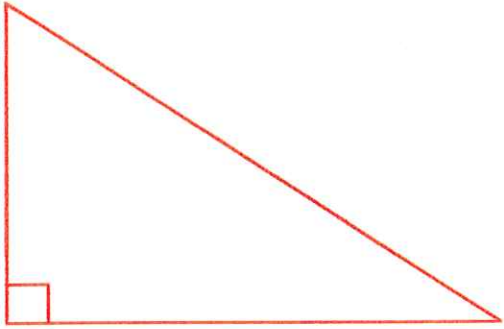
[参考]

正三角形の一边が
ものさしで計った長さで表せるとき
正三角形の高さは
ものさしでは正確には計れません。

正三角形の頂点から
底辺に引いた垂線によって
できる2つの直角三角形は
三角定規の一方の図形です。

直角三角形の定義

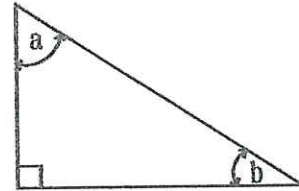
直角がある三角形を
直角三角形 という。



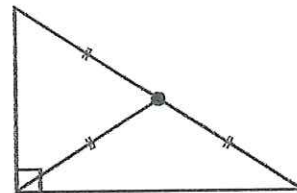
直角三角形の性質

直角三角形で
直角以外の2つの角の和は、
90度である。

$$\begin{aligned} \text{直角} + a + b &= 180 \text{度} \\ a + b &= 90 \text{度} \end{aligned}$$



直角三角形で
斜辺の中心と直角頂を
結ぶ線分の長さは、
斜辺の半分です。



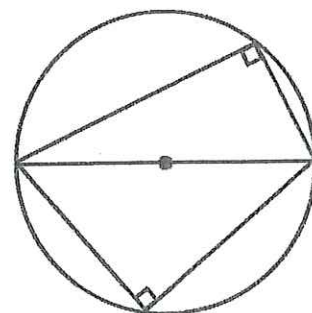
[参考]

直角三角形の斜辺を
1辺とする正方形の面積は
他の2辺を
それぞれ1辺とする正方形の
面積の和に等しい。
これを

三平方の定理という。
(中3で学習)

[参考]

円の直径を1辺とし、
円周上の点をもう一つの頂点
とする三角形は、
直角三角形です。



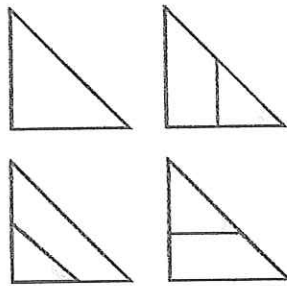
直角二等辺三角形の定義

2つの辺が等しい直角三角形を
直角二等辺三角形という。

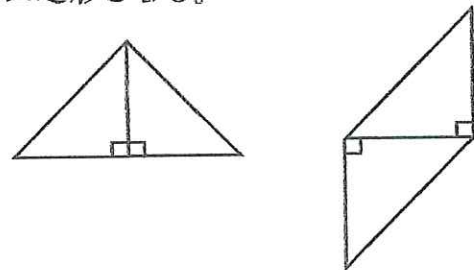
直角がある二等辺三角形を
直角二等辺三角形という。

直角二等辺三角形の性質

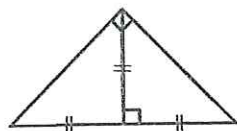
直角二等辺三角形の
1辺に
平行線を引いてできる
三角形は
やはり
直角二等辺三角形
となります。



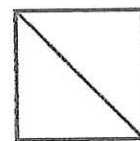
直角二等辺三角形を2つ
斜辺でない辺をあわせると
直角二等辺三角形か
平行四辺形となる。



直角二等辺三角形の
直角頂から
底辺に垂線を引くと
直角二等辺三角形が
2つできる。



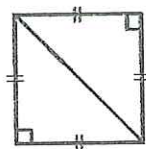
正方形に
1本の対角線を引くと
合同な直角二等辺三角形が
2つできる。



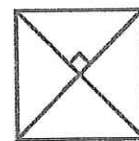
直角二等辺三角形の
直角でない角は
45度である。



直角二等辺三角形を2つ
斜辺を合わせると
正方形となる。



正方形に
2本の対角線を引くと
合同な直角二等辺三角形が
4つできる。

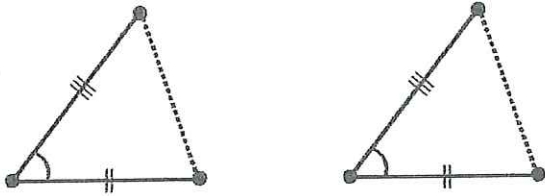


[参考]
三角定規の一方は
直角二等辺三角形である。

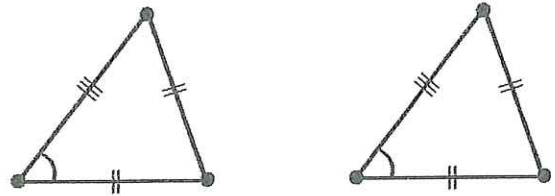
合同な三角形の描き方

図形の学習で次の性質は最も重要なポイントです。

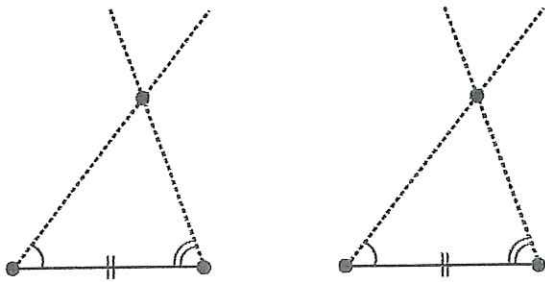
三角形の合同条件3つ



2つの辺と
その間の角が
それぞれ等しいとき
2つの三角形は、合同です。



3つの辺が
それぞれ等しいとき
2つの三角形は、合同です。



1つの辺と
はし
両端の角が
それぞれ等しいとき
2つの三角形は、合同です。

今、示した

合同な三角形の描き方は

2つの三角形があって

お互いに

合同であるかを

判定する条件

と見ることができる。

} [合同条件]

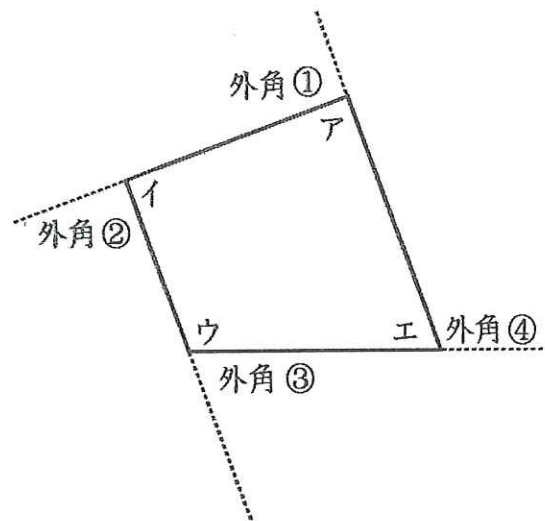
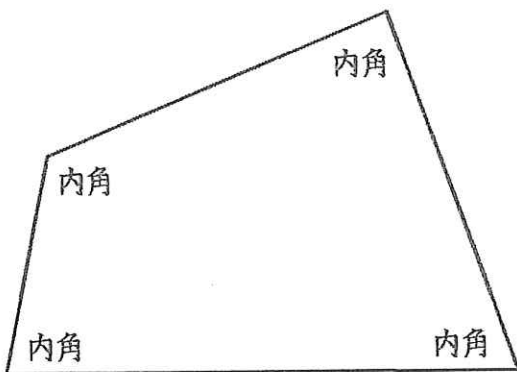
どのような四角形についても言えることは次のような事です。

四角形の定義

4つの直線で囲まれた図形を
四角形と言います。

四角形の性質

- ① 内角の和=[360度]
- ② 外角の和=[360度]
- ③ 対角線は2本



$$\text{ア} + \text{イ} + \text{ウ} + \text{エ} = 360 \text{度}$$

$$\text{①} + \text{②} + \text{③} + \text{④} = 360 \text{度}$$

四角形の分類

三角形は

[角に直角があるか否か]と
[辺の長さが等しいか否か]で
分類した。

四角形は

[角の全てが直角であるか否か]
[辺の全てが等しいか否か]
[辺が平行であるか否か]で
分類する。

小学校低学年では、
[長方形]と[正方形]は
まったく別のもの、
と考えるだけであるが、
高学年では、
[正方形]は
[長方形の特別なものでもある]
とも考える。

ふつうは、
低学年と同じように考えるが、
ときどき
[平行四辺形]は[台形の特別な場合]
などと考えることがあるので
注意が必要です。

どちらの考えでいるかは
注意深く読むことが必要です。

ひとくみ
[1組の対辺が平行]の時
[台形]と呼ぶ

ふたくみ
[2組の対辺が平行]の時
[平行四辺形]と呼ぶ

[角のすべてが直角]の時
[長方形]と呼ぶ

[辺の全てが等しい]時
[ひし形]と呼ぶ

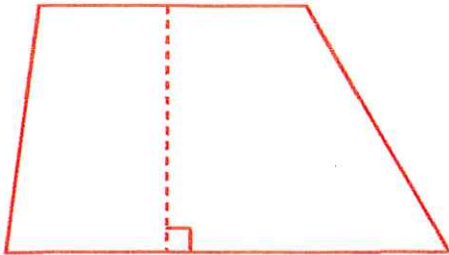
[角のすべてが直角]で
[辺の全てが等しい]時
[正方形]と呼ぶ

※ 「と呼ぶ」とは「と名づける」の意味

台形の定義

ひとくみ
1組の対辺が平行な四角形を

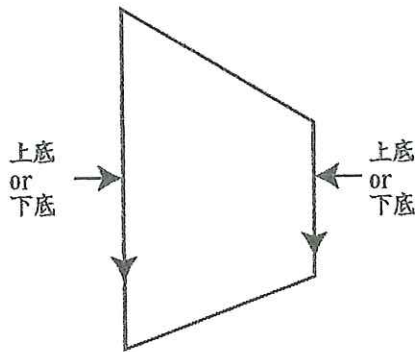
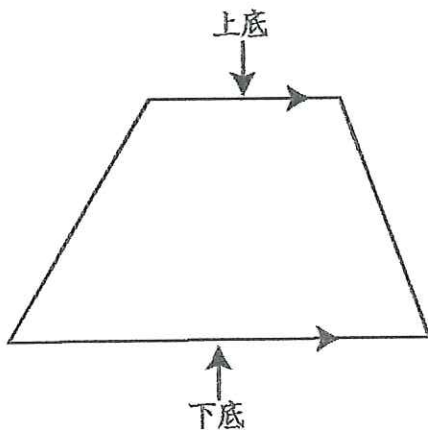
台形という。



台形の高さの定義

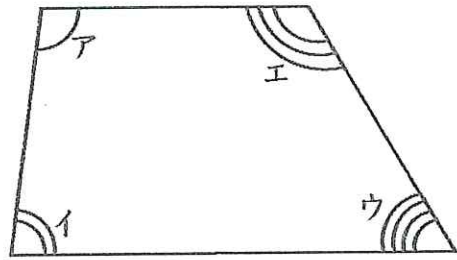
台形の平行線間の距離を

台形の高さという。



台形の平行の一方を上底と言い
もう一方を下底と言う。

台形の性質



台形の上底と下底は平行ですから、

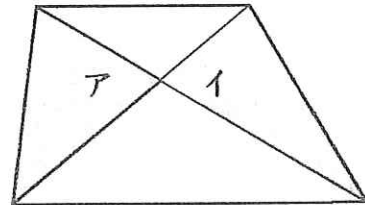
角アと角イの和は180度です。

角ウと角エの和は180度です。

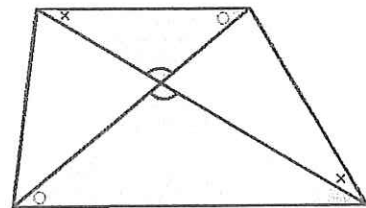
台形の面積

$$=(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高さ}\div 2$$

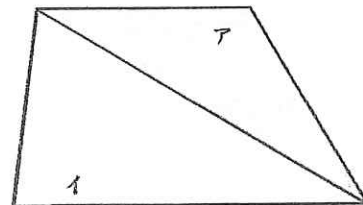
図のような斜線を引いた
三角形の面積は**等しい**



図のような斜線を引いた
三角形は**相似**です。



台形に対角線を引いたときできる
2つの三角形の面積の比は、



三角形ア：三角形イ＝上底：下底です。

平行四辺形の定義

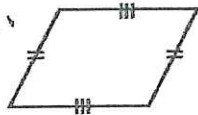
ふたぐみ
2組の対辺が平行な四角形を
平行四辺形と言います。

平行四辺形の底辺と高さの定義

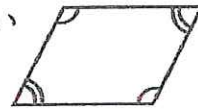
1つの辺を底辺と決めた時の、
平行線間の距離を
平行四辺形の高さという

平行四辺形の性質

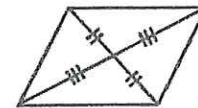
① 平行四辺形の対辺は等しい



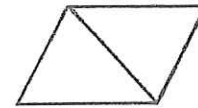
② 平行四辺形の対角は等しい



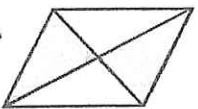
③ 平行四辺形の対角線は互いに他を2等分する。



平行四辺形の対角線は、
平行四辺形を
合同な2つの三角形に分ける。



平行四辺形の2本の対角線は、
平行四辺形を
合同な2組の三角形に分ける。



平行四辺形の2本の対角線の長さは等しくない。
対角線は直角には交わらない。

(ただし、平行四辺形の特別な形としての
長方形・正方形などを含まない時)

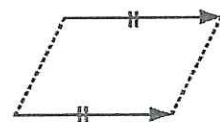
平行四辺形の面積
= 底辺 × 高さ

平行四辺形になる条件

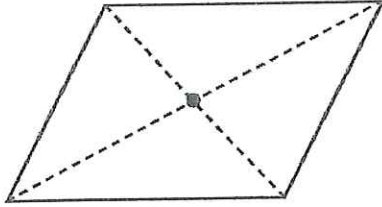
1 定義

2 } 平行四辺形の性質
3 } ①、②、③

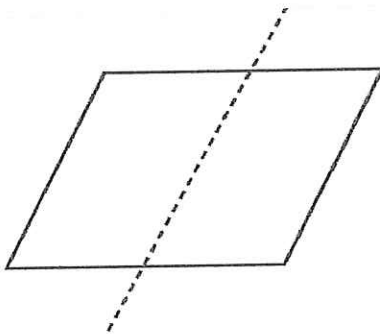
4 }
5 1組の対辺が
平行でかつ等しい



平行四辺形は、
対角線の交点を中心とする。
点対称図形です。



平行四辺形は、
線対称図形ではありません。



上記の点線は
対称の軸とはならない。

長方形の定義

4つの角が直角の四角形を
長方形と言います。

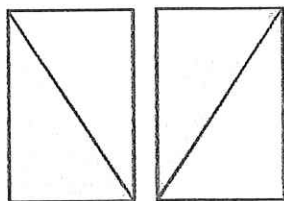
長方形の性質

長方形の対辺は等しい

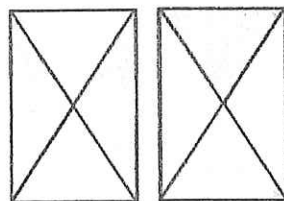
長方形の対角線の長さは等しい。

長方形の対角線は
互いに他を2等分する。

長方形の対角線は、
長方形を
合同な2つの
直角三角形に分ける。



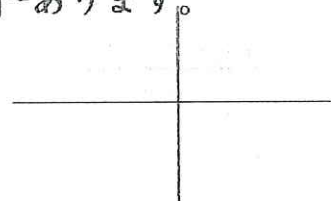
長方形の
2本の対角線は
長方形を
合同な2組の
二等辺三角形に分ける。



2本の対角線は
直角には交わらない。

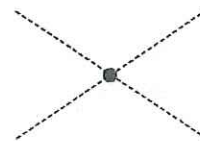
長方形は線対称図形です。

対称の軸は2本あります。

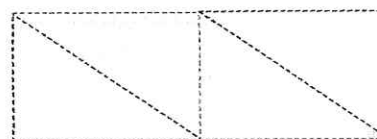
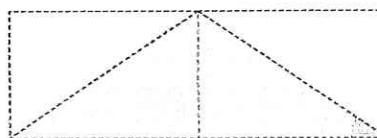
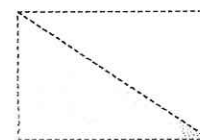


長方形は
対角線の交点を中心とする

点対称図形です。



長方形を
1本の対角線で切った
2つの三角形を組合せて
二等辺三角形が2組
平行四辺形が2組できます。

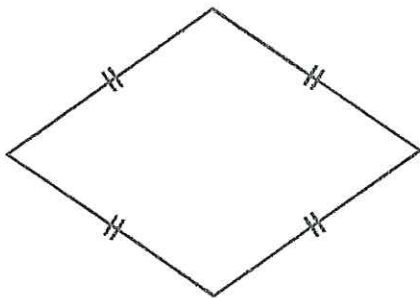
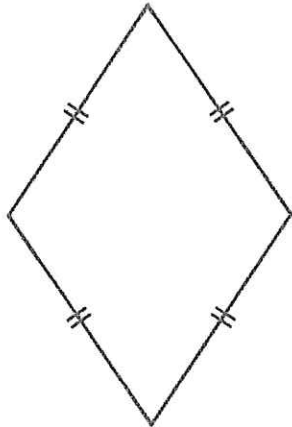


など。

長方形の面積 = タテ × ヨコ

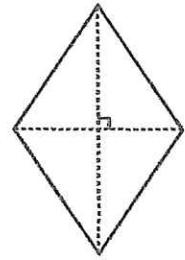
ひし形の定義

4つの辺が等しい四角形を
菱形と言います。

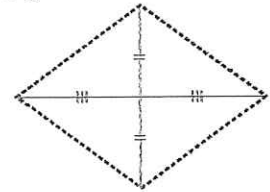


ひし形の性質

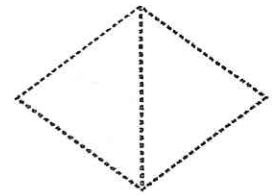
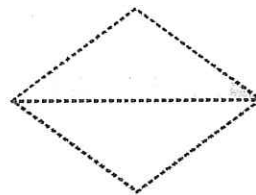
ひし形の
対角線は垂直に交わる。



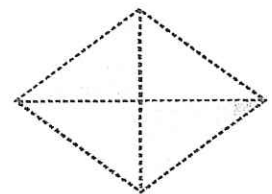
ひし形の対角線は
互いに他を2等分する。



ひし形の対角線は
ひし形を
合同な2つの二等辺三角形に分ける。



ひし形の2本の対角線は
ひし形を
合同な4つの
直角三角形に分ける。



ひし形の面積

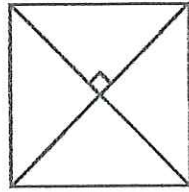
$$= \text{対角線} \times \text{もう一方の対角線} \div 2$$

正方形の定義

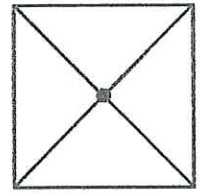
4つの辺が等しくて
4つの角が等しい四角形を
正方形と言います。

正方形の性質

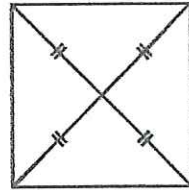
正方形の
対角線は垂直に交わる。



正方形は、
点対称図形です。
対称の中心は
対角線の交点です。

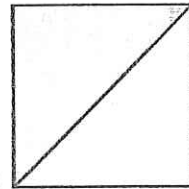


正方形の対角線は
互いに他を2等分する。



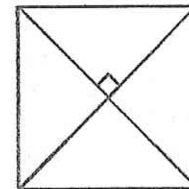
正方形の面積 = 1辺 × 1辺

正方形の対角線は、
正方形を
合同な2つの
直角二等辺三角形に分ける。

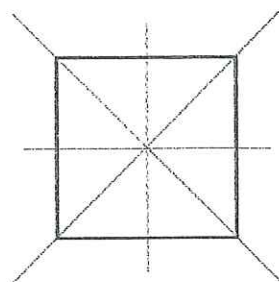


正方形は、ひし形の種類でもあるから
ひし形の面積を求める公式も使える。
それゆえ、
円の中に書かれた正方形のように、
1辺の長さが分からず
対角線の長さが
分かっているような時は
ひし形の面積を求める公式を使う。

正方形の
2本の対角線は
正方形を
合同な4つの
直角二等辺三角形に分ける。



正方形は
線対称図形です。
対称の軸は
4本あります。



正方形の面積

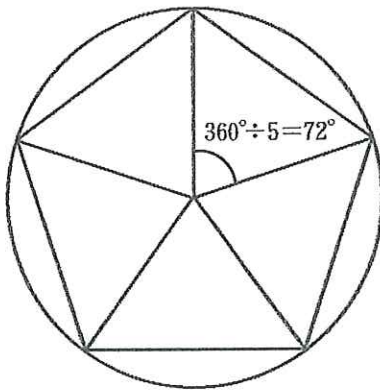
= 対角線 × 対角線 ÷ 2

正五角形の定義

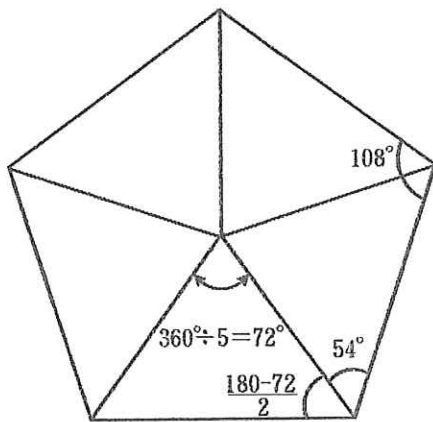
5つの辺と
5つの角が等しい五角形を
正五角形と言います。

正五角形の性質

正五角形は、
円の中心360度を
5等分した72度で分けた直線と、
円との交点を結んで書く。



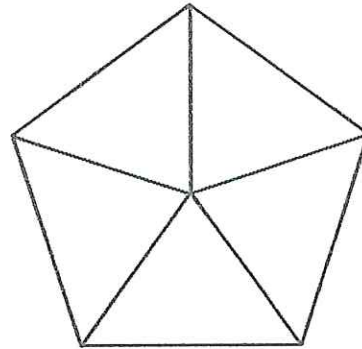
1つの内角は



$$180 - (360 \div 5) = 108$$

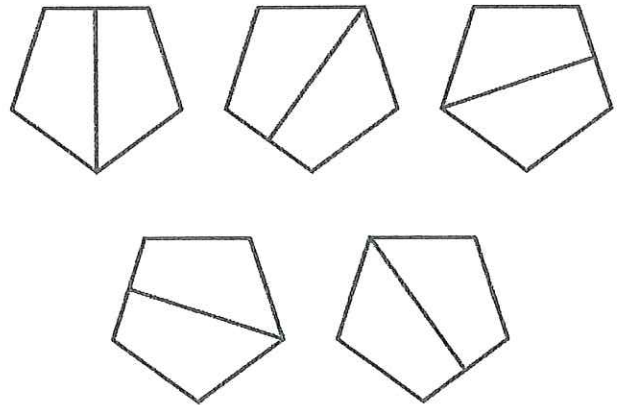
$$180 \times 3 \div 5 = 108$$

正五角形の中心から
5つの頂点に直線を引くと、
5つの二等辺三角形ができる。



図を見ていると、
中にできる5つの三角形を
正三角形のように思いがちであるが、
二等辺三角形であっても、
正三角形ではない。

正五角形は線対称図形です。
対称の軸は5本あります。



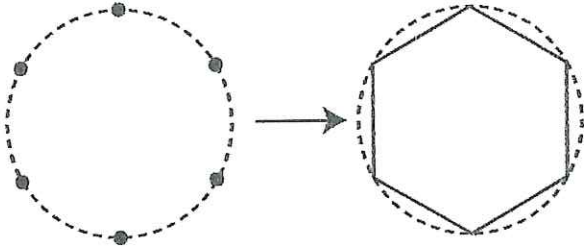
正五角形は
点対称図形では**ありません**。

正六角形の定義

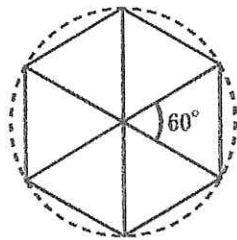
6つの辺と
6つの角が等しい六角形を
正六角形と言います。

正六角形の性質

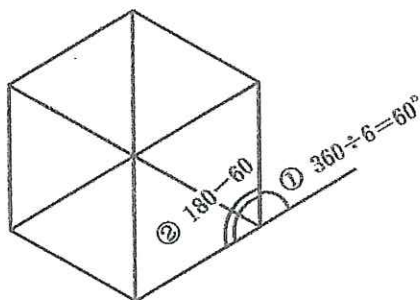
円周を、
半径で切って六等分する点を結べば
正六角形ができる。



図のように、
 $360 \div 6$ で
中心角は60度。

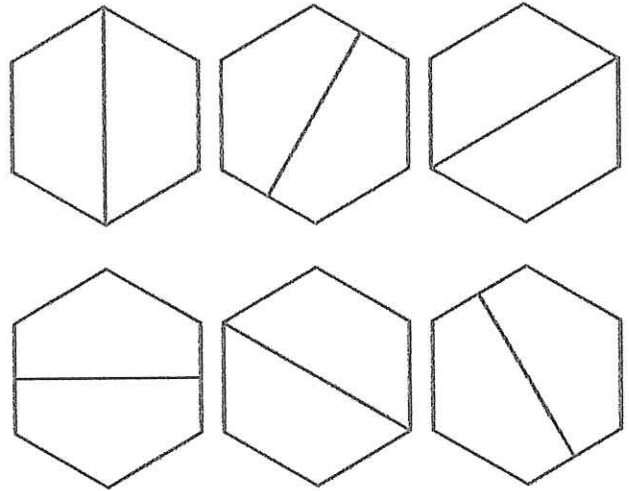


1つの内角は、
 $180 - 360 \div 6 = 120$
 $180 \times 4 \div 6 = 120$



正六角形は、
線対称図形です。

対称の軸は6本あります。

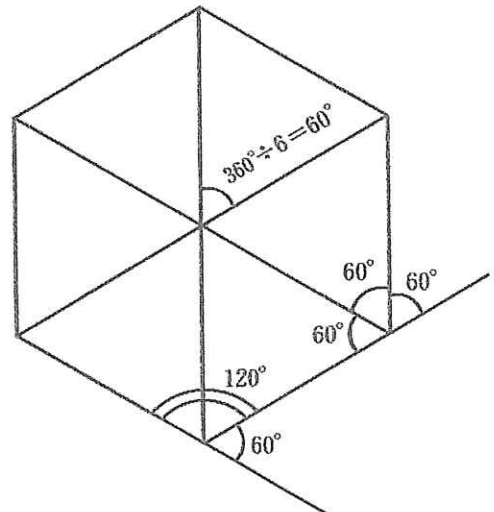


正六角形は、
点対称図形です。

対称の中心は、
対角線の交点です。

正六角形の中心から
6つの頂点に直線を引くと
6つの正三角形ができる。

正六角形に
対角線を引いてできる角度は
次のとおりです。



正多角形の定義

全ての辺と
全ての角が等しい多角形を
正多角形と言います。

正多角形の性質

正多角形は、
線対称図形です。

対称の軸は、
頂点の数と同じです。

頂点が偶数の正多角形は、
点対称図形です。

頂点が奇数の正多角形は、
点対称図形では **ありません**。

正多角形の1つの内角

$$180^\circ \times (3-2) \div 3 = 60^\circ$$

$$180^\circ \times (4-2) \div 4 = 90^\circ$$

$$180^\circ \times (5-2) \div 5 = 108^\circ$$

$$180^\circ \times (6-2) \div 6 = 120^\circ$$

$$180^\circ \times (8-2) \div 8 = 135^\circ$$

$$180^\circ \times (9-2) \div 9 = 140^\circ$$

正多角形の1つの内角は
どれも等しいので、

$$180^\circ \times (n-2) \div n$$

として求められます。

正多角形の外角はどれも等しいので

$$360^\circ \div n \text{ として求められます。}$$

$$\text{正三角形の1つの外角} = 360^\circ \div 3 = 120^\circ$$

$$\text{正四角形の1つの外角} = 360^\circ \div 4 = 90^\circ$$

$$\text{正五角形の1つの外角} = 360^\circ \div 5 = 72^\circ$$

$$\text{正六角形の1つの外角} = 360^\circ \div 6 = 60^\circ$$

$$\text{正八角形の1つの外角} = 360^\circ \div 8 = 45^\circ$$

$$\text{正九角形の1つの外角} = 360^\circ \div 9 = 40^\circ$$

それゆえ、

正多角形の1つの内角は、

180° - 1つの外角

として、次のように求められます。

$$180^\circ - 360^\circ \div 3 = 60^\circ$$

$$180^\circ - 360^\circ \div 4 = 90^\circ$$

$$180^\circ - 360^\circ \div 5 = 108^\circ$$

$$180^\circ - 360^\circ \div 6 = 120^\circ$$

$$180^\circ - 360^\circ \div 8 = 135^\circ$$

$$180^\circ - 360^\circ \div 9 = 140^\circ$$

$$180^\circ - 360^\circ \div n$$

円の定義

- ① コンパスで書いた図を円という
(小学2年)
- ② 1つの点から等しい距離にある
点の集合を円と言います。
(小学5年)

どのような円も、
いつも拡大・縮小の関係にあります。

相似です。

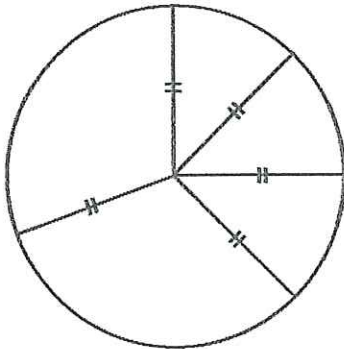
それゆえ、
半径の長さを2倍にすると
円の面積は 2×2 の4倍となる。

半径の長さを3倍にすると、
円の面積は 3×3 の9倍となる。

半径の長さを10倍にすると、
円の面積は 10×10 の100倍となる。

半径の長さをa倍にすると、
円の面積は $[a \times a \text{倍}]$ となる。

円の性質



円は、
線対称図形です。

対称の軸は無限にあります。

円は、
点対称図形です。

対称の中心は円の中心です。

円の面積

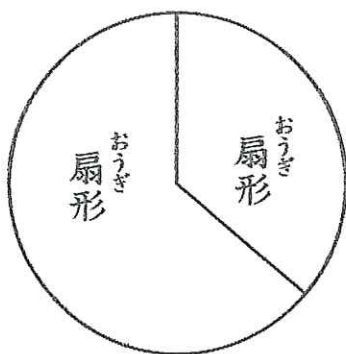
$$= \text{半径} \times (\text{半径} \times 3.14)$$

この () の意味を説明しなさい。

おうぎ形の定義

2つの半径で切り取った
円の一部を

扇形という

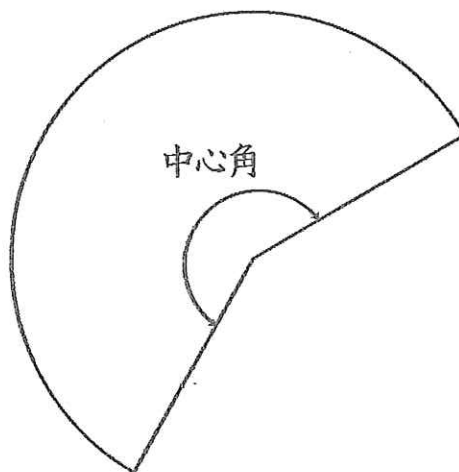
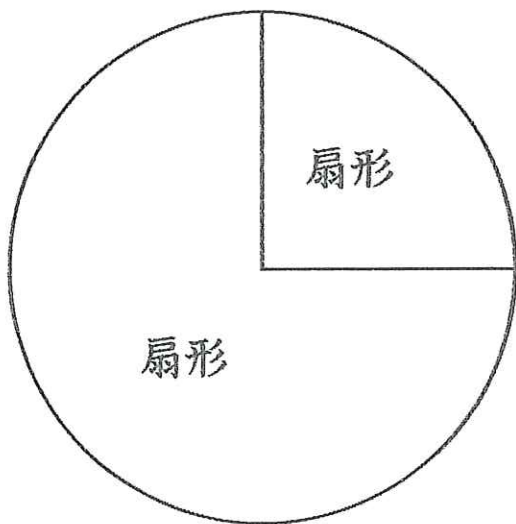


おうぎ形の性質

おうぎ形は、
線対称図形です。
対称の軸は、
中心角の二等分線です。

おうぎ形の面積

$$= \text{半径} \times (\text{半径} \times 3.14) \times \frac{\text{中心角}}{360}$$



線対称な図形の定義

1本の直線を折り目にして折り曲げた時直線の両側がぴったりと重なる図形を

線対称な図形といいます。

対称の軸の定義

線対称な図形で折り目にした直線を

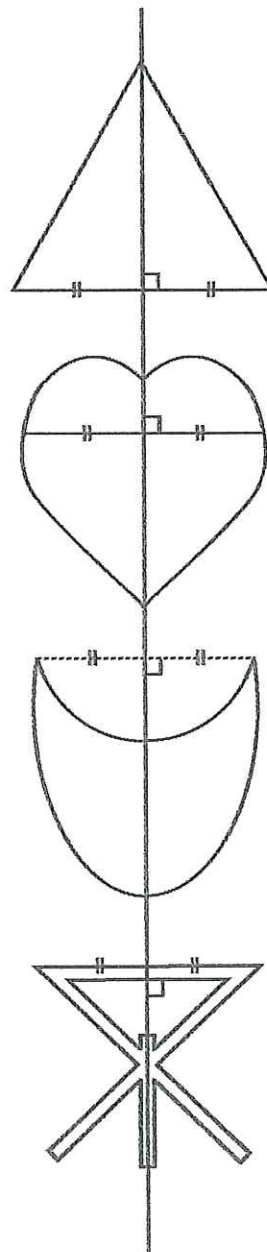
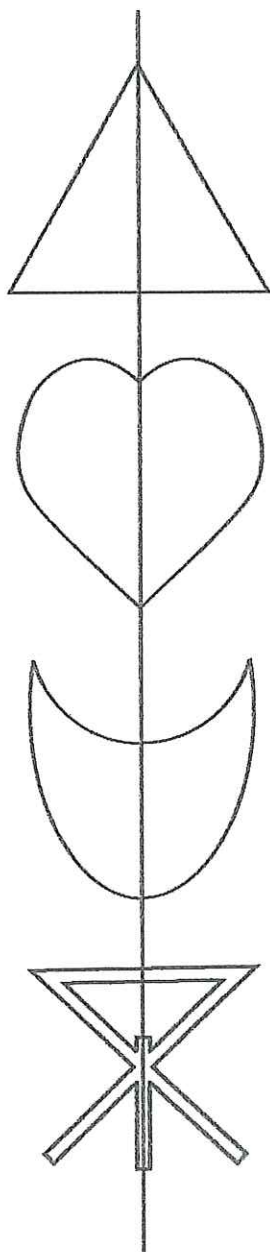
対称の軸といいます。

おうぎ形の性質

対応する点を結ぶ線分は、対称の軸と垂直に交わる。

対称の軸は、対応する点を結ぶ線分を垂直に2等分する。

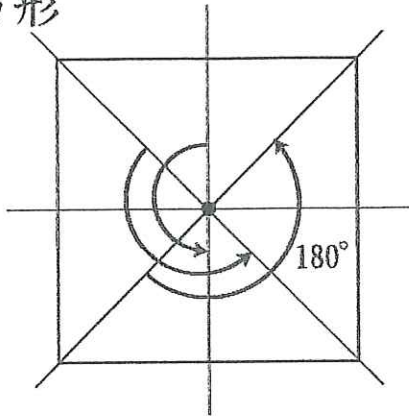
正多角形は、常に線対称図形です。



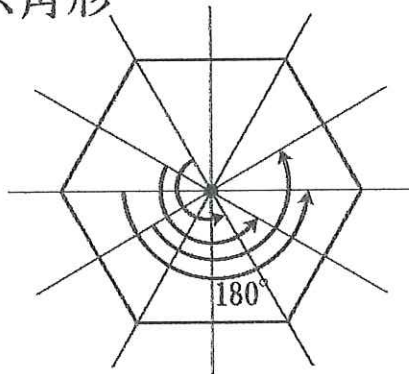
点対称図形の定義

180度回転したとき、元の図形とぴったりと重なる図形を点対称図形といいます。

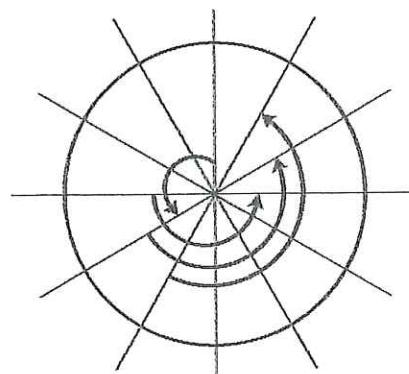
正方形



正六角形



円



上記の図形は、点対称図形でもあり線対称図形でもあります。

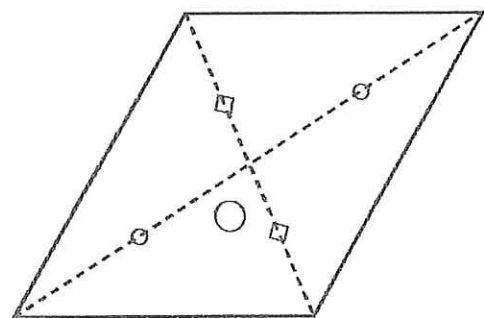
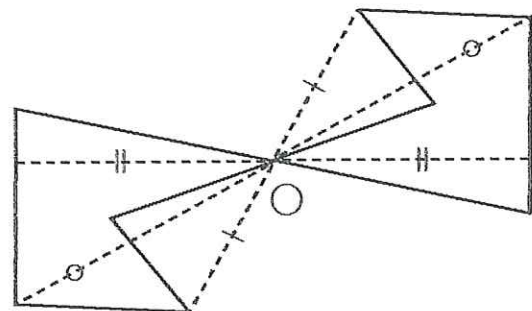
点対称図形の性質

点対称図形の、対応する点を結ぶ線分は対称の中心を通る。

対称の中心は、対応する点を結ぶ線分を2等分する。

正多角形は、常に点対称図形であるとは言えません。

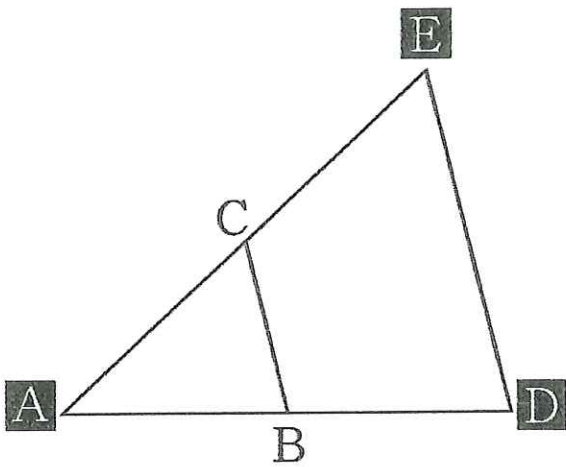
頂点の数が偶数の正多角形は、点対称図形です。



拡大図の定義

どの部分の長さも、
同じ割合で大きくした図形を
拡大図といいます。

拡大図の性質

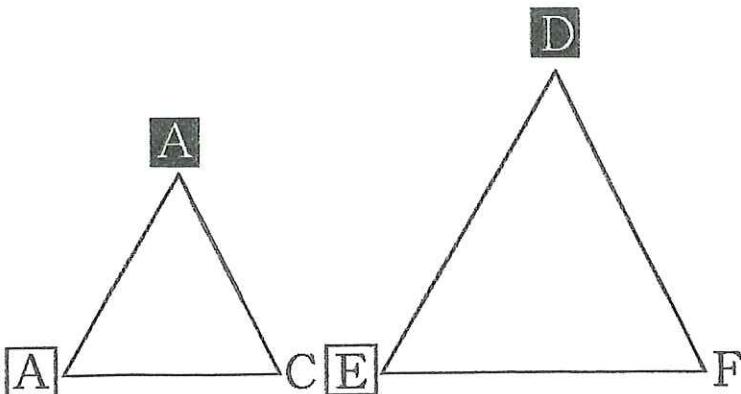
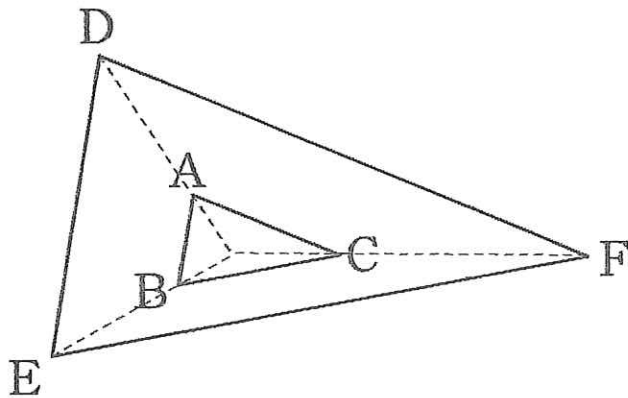


長さを2倍にすると、
面積は 2×2 の4倍となる。

長さを3倍にすると、
面積は 3×3 の9倍となる。

長さを10倍にすると、
面積は 10×10 の100倍となる。

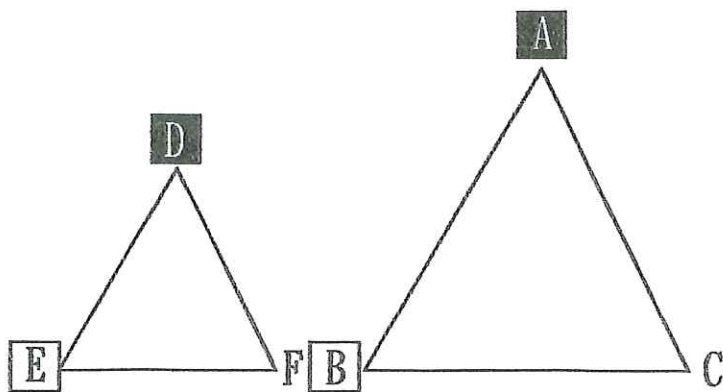
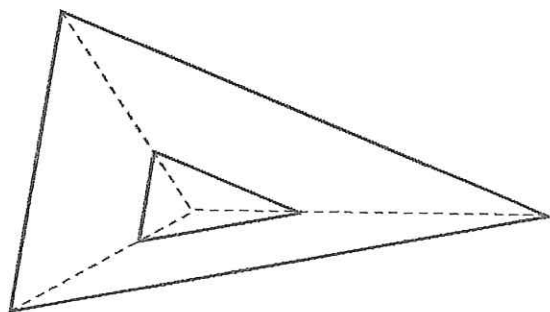
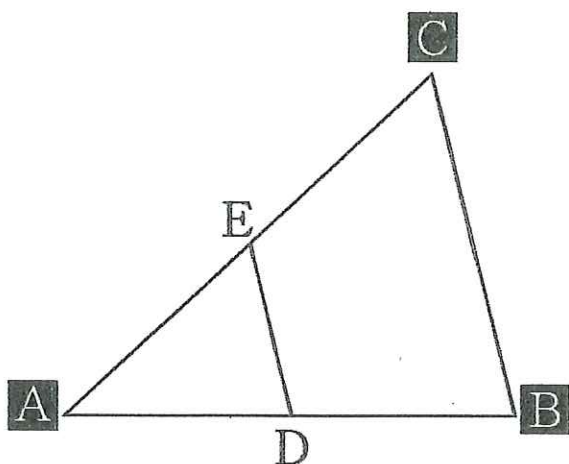
長さを a 倍にすると、
面積は $[a \times a \text{倍}]$ となる。



縮図の定義

どの部分の長さも、
同じ割合で小さくした図形を

縮図といいます。



縮図の性質

長さを $\frac{1}{2}$ にすると

$$\text{面積は } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

長さを $\frac{1}{3}$ にすると

$$\text{面積は } \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

長さを $\frac{1}{10}$ にすると

$$\text{面積は } \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

長さを $\frac{1}{a}$ にすると

$$\text{面積は } \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a \times a}$$

長さを $\frac{b}{a}$ にすると

$$\text{面積は } \frac{b}{a} \times \frac{b}{a} = \frac{b \times b}{a \times a}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

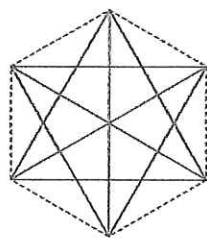
$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$$

$$\text{体積は } \frac{b}{a} \times \frac{b}{a} \times \frac{b}{a}$$

対角線の定義

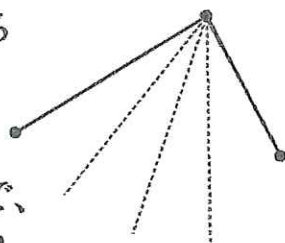
多角形で、
となりあわない頂点を結んだ直線を
対角線といいます。

六角形の対角線は
9本です。
 $(6-3) \times 6 \div 2$

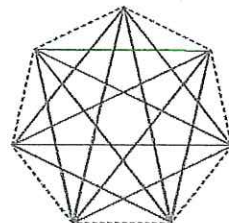


対角線の数について

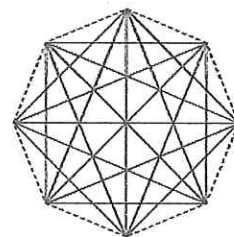
多角形において、
1つの頂点から引ける
対角線の数は
自分自身と、
両隣りに引けないので、
多角形の頂点の数より
3少なくなります。



七角形の対角線は
14本です。
 $(7-3) \times 7 \div 2$

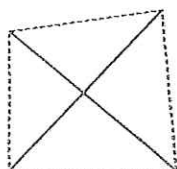


八角形の対角線は
20本です。
 $(8-3) \times 8 \div 2$

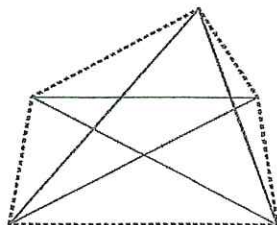


三角形に対角線はありません。

四角形の対角線は
2本です



五角形の対角線は
5本です。
 $(5-3) \times 5 \div 2$



※ 対角線の数 = 1つの頂点から引ける対角線の数 × 頂点の数 ÷ 2

対角線と三角形の数

1つの頂点から引いた対角線は
その多角形を
頂点の数より2つ少ない
三角形に分ける。

1つの頂点から引いた対角線によって

四角形は、2つの三角形に分けられる。

五角形は、3つの三角形に分けられる。

六角形は、4つの三角形に分けられる。

七角形は、5つの三角形に分けられる。

八角形は、6つの三角形に分けられる。

このことから、

多角形の内角の和は、

四角形は、 $180^\circ \times 2 = 360^\circ$

五角形は、 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$

六角形は、 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$

七角形は、 $180^\circ \times 5 = 900^\circ$

八角形は、 $180^\circ \times 6 = 1080^\circ$

n 角形の内角の和は、

$$180^\circ \times (n-2)$$

台形・平行四辺形・長方形・ひし形
正方形の5種類の

四角形を
対角線で分類する

対角線の長さが等しい四角形。

長方形・正方形

対角線の長さが等しい四角形と言っても、
対角線の長さが等しければ
長方形や正方形になる、
という意味ではない。

長方形や正方形の対角線の長さが等しい、
と言うだけ。

対角線が直角に交わる。

ひし形・正方形

対角線が直角に交わるといっても、
対角線が直角に交われれば、
長方形や正方形になる、
という意味ではない。
長方形や正方形の対角線が直角に交わる
と言うだけ。

対角線が真ん中で交わる。

平行四辺形・長方形

ひし形・正方形