

あ **自然数**と名付けられた数は、本当は、  
**人工数**と名付けられるべきです。

**同じ形**・

**同じ大きさ**・

**等質**の物体の個数を

1、2、3、と数えて見えてくるもの。

その基本は、単なる個数ではなく、

1倍・2倍・3倍 という考え方です。

2倍は、単なる2個ではなく、

**2等倍**なのです。

もし数え

あ  と名付けられた数は、本当は、  
 と名付けられるべきです。

 .

 .

 の物体の個数を

1、2、3、と数えて見えてくるもの。

その基本は、単なる個数ではなく、

1倍・2倍・3倍 という考え方です。

2倍は、単なる2個ではなく、

 なのです。

もし数える物が、○ ■ △ など、

**形**や**大きさ**の**違う**ものを数えると、

2等倍、3等倍の考え方は生まれません。

そこからは、

**2等分**、**3等分**という考え方も

生まれません。

自然のままの社会は、

同じ形・同じ大きさの物が

ほぼ**有りません**から、

数学の発展は望みにくいのです。

**自然数**は、

等質の物を使って、  
同じ形・同じ大きさ

もし数える物が、○ ■ △ など、

■ や ■ の違うものを数えると、

2等倍、3等倍の考え方は生まれません。

そこからは、

■、3等分という考え方も

生まれません。

自然のままの社会は、

同じ形・同じ大きさの物が

ほぼ ■ から、

数学の発展は望みにくいのです。

**自然数**は、

**等質**の物を使って、

**同じ形・同じ大きさ**

の物を作れるようになった**人工の産物**です。

自然にできた数ではないのです。

# ステップ ア 等倍の考え方

次の○を、「1、2」と数えてください。

○→○○  
1→2

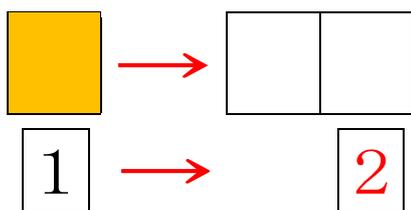
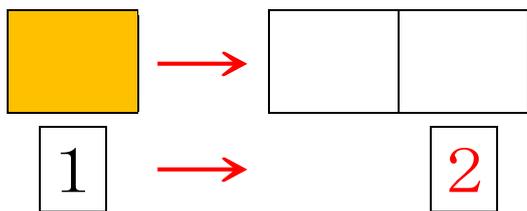
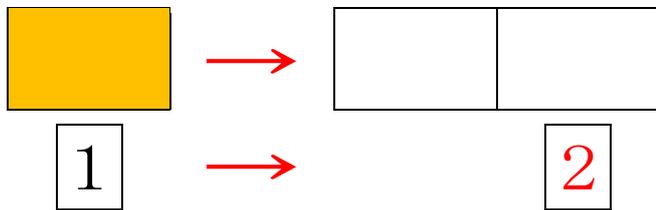
○→○○  
1→2

○→○○○  
1→2

○→○○○  
1→2

○→○○○  
1→2

次の  を、「、」と数えてください。



同じように個数を数えていますが、  
な同じ形・同じ大きさを  
「、」と繰り返し数えるうちに、

 は  の 2 倍

という意味であることに気づきますか。

同様にして

3倍、4倍……の考えが生まれます。

これらの倍という考えを

## 自然数の性質の根本と

して取り上げると

分数計算にも筋がとおります。

順序を変えて考えてみましょう。

## ステップ ア 等倍の考え方

次の○を、「1、2」と数えてください。

○ → ○○

1 → ■

○ → ○○

1 → ■

○ → ○○

1 → ■

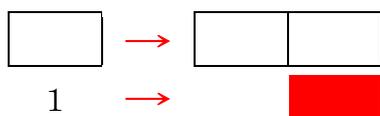
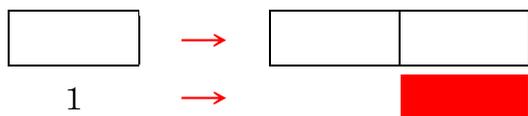
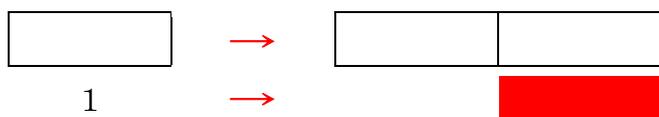
○ → ○○

1 → ■

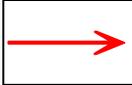
○ → ○○

1 → ■

次の□を、「1、2」と数えてください。



同じように個数を数えていますが、  
多種多様な同じ形・同じ大きさを  
「1、2」と繰り返し数えるうちに、

上の全ての  に

**共通する意味**は、



という意味であることに気づきますか。

同様にして

**3倍、4倍**……の考えが生まれます。

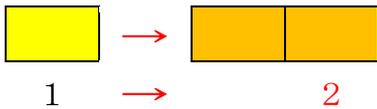
これらの**倍**という考えを

自然数の性質の**根本**として取り上げると  
分数計算にも筋がとおります。

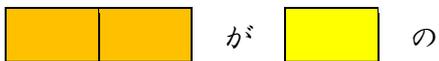
問題1

**2**は、  
何故1の**2倍**なのでしょう。

それは、今見たように、



1、2と数えた形の、長さや広さが、

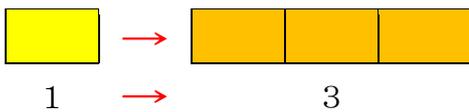


2倍だったからです。

問題2

**3**は、  
何故**1**の**3倍**なのでしょう。

それは、



1、2、3と数えた形の長さや広さが、



**3倍**だったからです。

もし、数える物が、  
同じ形、同じ大きさをしていなければ、  
長さや広さが、  
2等倍、3等倍になりません。

ですから、  
数学は、人間が、  
同じ形・同じ大きさの物を  
作れるようになってから始まった  
と言っても良いでしょう。

少なくとも  
今使われている数学の多くは  
そこから始まっています。

ただ、

ひとひろ

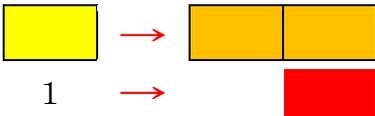
手を広げた長さを **1 尋** と呼ぶ日本語から考えると、

自然社会にも同じ長さを考えることが出来たかも知れません。

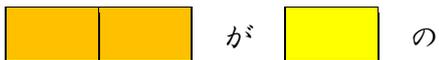
問題1

2は、  
何故1の  なのでしょう。

それは、今見たように、



1、2と数えた形の、長さや広さが、



2倍だったからです。

問題2

3は、  
何故1の3倍なのでしょう。

それは、



1、2、3と数えた形の長さや広さが、



3倍だったからです。

もし、数える物が、  
同じ形、同じ大きさを   
長さや広さが、  
2等倍、3等倍になりません。

ですから、  
数学は、人間が、  
同じ形・同じ大きさの物を  
 ようになってから始まった  
と言っても良いでしょう。

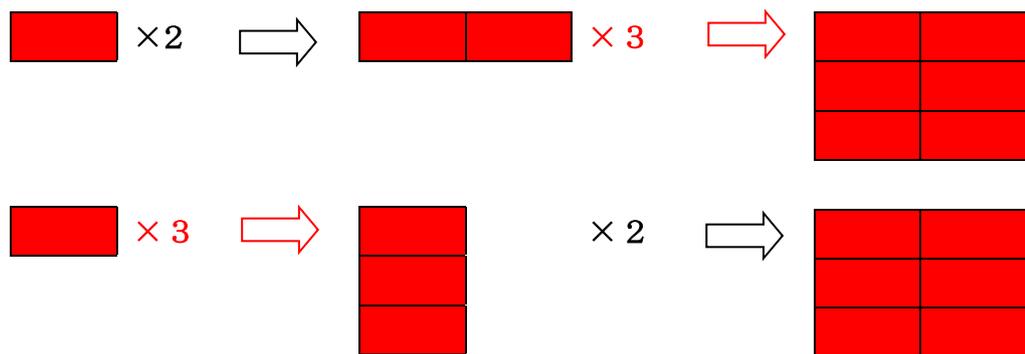
少なくとも  
今使われている数学の多くは  
そこから始まっています。

ただ、

手を広げた長さを ひとひろ **1尋**  
と呼ぶ日本語から考えると、  
自然社会にも  
同じ長さを考えることが  
出来たかも知れません。

**【かけ算の順序は交換可能である】** ことを調べてみよう。

左端の赤い長方形を、「2倍してから3倍した時」と、  
「3倍してから2倍した時」は、どちらが大きいですか。



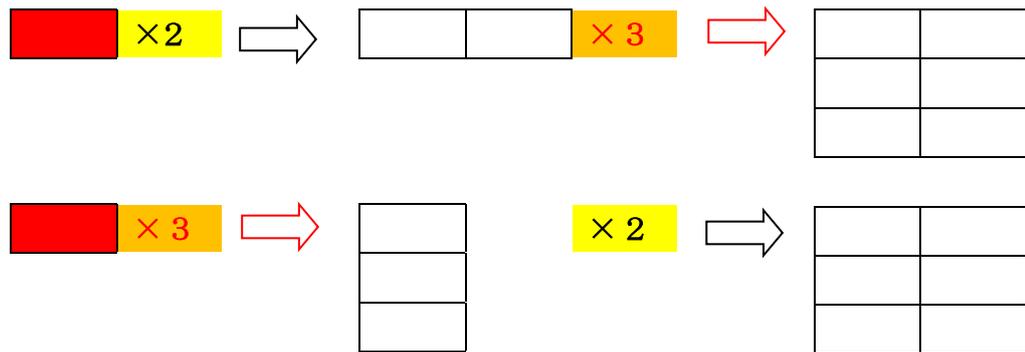
上記の図から明らかなように、  
2倍してから3倍しても、3倍してから2倍しても、  
結果は**同じ**大きさです。

数式で表せば、 $\boxed{\times 2 \times 3}$  は  $\boxed{\times 3 \times 2}$  と計算出来ます。

これを、**等倍**<sup>じゅんじょこうかん</sup>の**順序交換可能の法則**と呼ぶことにしましょう。

【かけ算の順序は **可能** である】ことを調べてみよう。

左端の赤い長方形を、「2倍してから3倍した時」と、「3倍してから2倍した時」は、どちらが大きいですか。



上記の図から明らかなように、

2倍してから3倍しても、3倍してから2倍しても、結果は**同じ**大きさです。

数式で表せば、

$$\times 2 \quad \times 3 \text{ は}$$

$$\times 3 \quad \times 2 \text{ と計算出来ます。}$$

これを、**等倍の可能の法則**と呼ぶことにしましょう。

付け足し

足し算は、ソロバンで

「御破算ごはさんで願いましたは」と

言うように、

はじめの数の前にゼロがあります。

例えば、

$3+2$  は

$0+3+2$  のことです。

少し違いますが、同じように、  
掛け算

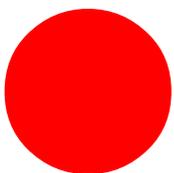
$$3 \times 2$$
 は、

3の前に~~×~~があり、

$$\times 3 \times 2$$

さらに、

$$1 \times 3 \times 2$$
、または


$$\times 3 \times 2$$

のことです。

### 付け足し

■ は、ソロバンで  
「御破算で願いましたは」と  
言うように、  
はじめの数の前にゼロがあります。

例えば、

■ は

$0 + 3 + 2$  のことです。

少し違いますが、同じように、  
掛け算

$3 \times 2$  は、

3 の前に <sup>かける</sup> × があり、

$\times 3 \times 2$

さらに、

■  $\times 3 \times 2$ 、または

●  $\times 3 \times 2$  のことです。

自然数 1, 2, 3 は、

1 倍、2 倍、3 倍する意味があります。

二十が十の **2 倍** であるように、

自然数は、**そのまま**で、

何倍かを表す数なのです。

3 倍の 2 倍は 6 倍です。

$$\times 3 \times 2 = \times 6$$

5 倍の 2 倍は 10 倍です。

$$\times 5 \times 2 = \times 10$$

自然数は、

$$\begin{array}{l} \times 4 = \times 2 \times 2 \\ \times 6 = \times 2 \times 3 \\ \times 8 = \times 2 \times 2 \times 2 \\ \times 9 = \times 3 \times 3 \\ \times 10 = \times 2 \times 5 \\ \times 12 = \times 2 \times 2 \times 3 \end{array}$$

のように、2つの自然数のかけ算で表せる数と、

$\times 2$

$\times 3$

$\times 5$

$\times 7$  のように、

2つの自然数のかけ算で表せない数

に分けることができます。

ついでながら

$\times 6$  の 6 は

$6 = 2 \times 3$  ですから、

$\times 6$

$= \times (2 \times 3)$

$= \times (3 \times 2)$

2倍してから3倍しようが、  
3倍してから2倍しようが  
掛け算の順序というのは  
6の内部の問題です。

自然数 1, 2, 3 は、

1 倍、2 倍、3 倍する意味があります。

二十が十の  であるように、

自然数は、 で、

何倍かを表す数なのです。

3 倍の 2 倍は  です。

$$\times 3 \times 2 = \times 6$$

5 倍の 2 倍は  です。

$$\times 5 \times 2 = \times 10$$

自然数は、

$$\times 4 = \times 2 \times 2$$

$$\times 6 = \times 2 \times 3$$

$$\times 8 = \times 2 \times 2 \times 2$$

$$\times 9 = \times 3 \times 3$$

$$\times 10 = \times 2 \times 5$$

$$\times 12 = \times 2 \times 2 \times 3$$

のように、

2つの自然数のかけ算で  と、

$$\times 2$$

$$\times 3$$

$$\times 5$$

$$\times 7 \text{ のように、}$$

2つの自然数のかけ算で  数

に分けることができます。

ついでながら

×6 の 6 は

6=2×3 ですから、

×6

$$= \times (\text{■})$$

$$= \times (3 \times 2)$$

2倍してから3倍しようが、  
3倍してから2倍しようが  
掛け算の順序というのは  
6の内部の問題です。

# 100 までの自然数を、

掛け算で出来ない数と

掛け算で出来る数に

分けてみましょう。

掛け算で出来る数は、

掛け算であらわしてみましよう。

1 を掛け算で出来ない数の中に入れると  
 $3 = 1 \times 3$  のように、  
 どの数も掛け算で出来る数になるので  
 別にします。

かけ算で出来ない数と間違いやすい数を  
 赤色で表しています。

	A	掛け算で出来る数
2	2	
3	3	
4		$2 \times 2$
5	5	
6		$2 \times 3$
7	7	
8		$2 \times 2 \times 2$
9		$3 \times 3$
10		$2 \times 5$

11	11	
12		$2 \times 2 \times 3$
13	13	
14		$2 \times 7$
15		$3 \times 5$
16		$2 \times 2 \times 2 \times 2$
17	17	
18		$2 \times 3 \times 3$
19	19	
20		$2 \times 2 \times 5$

21		$3 \times 7$
22		$2 \times 11$
23	23	
24		$2 \times 2 \times 2 \times 3$
25		$5 \times 5$
26		$2 \times 13$
27		$3 \times 3 \times 3$
28		$2 \times 2 \times 7$
29	29	
30		$2 \times 3 \times 5$

31	31	
32		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
33		$3 \times 11$
34		$2 \times 17$
35		$5 \times 7$
36		$2 \times 2 \times 3 \times 3$
37	37	
38		$2 \times 19$
39		$3 \times 13$
40		$2 \times 2 \times 2 \times 5$

41	41	
42		$2 \times 3 \times 7$
43	43	
44		$2 \times 2 \times 11$
45		$3 \times 3 \times 5$
46		$2 \times 23$
47	47	
48		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
49		$7 \times 7$
50		$2 \times 5 \times 5$

	A	掛け算で出来る数
51		$3 \times 17$
52		$2 \times 2 \times 13$
53	53	
54		$2 \times 3 \times 3 \times 3$
55		$5 \times 11$
56		$2 \times 2 \times 2 \times 7$
57		$3 \times 19$
58		$2 \times 3 \times 3$
59	59	
60		$2 \times 2 \times 3 \times 5$

81		$3 \times 3 \times 3 \times 3$
82		$2 \times 41$
83	83	
84		$2 \times 2 \times 3 \times 7$
85		$5 \times 17$
86		$2 \times 43$
87		$3 \times 29$
88		$2 \times 2 \times 2 \times 11$
89	89	
90		$2 \times 3 \times 3 \times 5$

61	61	
62		$2 \times 31$
63		$3 \times 3 \times 7$
64		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
65		$5 \times 13$
66		$2 \times 3 \times 11$
67	67	
68		$2 \times 2 \times 17$
69		$3 \times 23$
70		$2 \times 5 \times 7$

91		$7 \times 13$
92		$2 \times 2 \times 23$
93		$3 \times 31$
94		$2 \times 47$
95		$5 \times 19$
96		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
97	97	
98		$2 \times 7 \times 7$
99		$3 \times 3 \times 11$
100		$2 \times 2 \times 5 \times 5$

71	71	
72		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
73	73	
74		$2 \times 37$
75		$3 \times 5 \times 5$
76		$2 \times 2 \times 19$
77		$7 \times 11$
78		$2 \times 39$
79	79	
80		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

このように考えると、

**掛け算**は、足し算より先に計算する約束が  
数の基本のところにあるのだと  
感じることが出来ます。

$$5 + 6 \quad \text{とは}$$
$$5 + 2 \times 3 \quad \text{のことです。}$$

つまり、**6**は、  
一つの数のように見えていますが  
実は、

**掛け算で出来ない数を掛け合わせて**  
作った数だということです。

別の言い方をすると、

掛け算は、

**一つの数を分解して見せた数**

ということになります。

このように考えると、  
掛け算は、足し算より先に計算する約束が  
数の基本のところにあるのだと  
感じることが出来ます。

$$5 + 6 \quad \text{とは}$$
$$5 + 2 \times 3 \quad \text{のことです。}$$

つまり、**6** は、  
**一つの数**のように見えていますが  
実は、

掛け算で出来ない数を掛け合わせて  
作った数だということです。

別の言い方をすると、

掛け算は、

一つの数を分解して見せた数

ということになります。

次の表を

**速やかに言える**ように練習しなさい。

A は、掛け算でできない数。

	A	掛け算で出来る数
2	2	
3	3	
4		$2 \times 2$
5	5	
6		$2 \times 3$
7	7	
8		$2 \times 2 \times 2$
9		$3 \times 3$
10		$2 \times 5$

		A	掛け算で出来る数
	11		
	12		
	13		
	14		
	15		
	16		
	17		
	18		
	19		
	20		

		A	掛け算で出来る数
	21		
	22		
	23		
	24		
	25		
	26		
	27		
	28		
	29		
	30		

		A	掛け算で出来る数
	31		
	32		
	33		
	34		
	35		
	36		
	37		
	38		
	39		
	40		

		A	掛け算で出来る数
	41		
	42		
	43		
	44		
	45		
	46		
	47		
	48		
	49		
	50		

	A	掛け算で出来る数
51		
52		
53		
54		
55		
56		
57		
58		
59		
60		

		A	掛け算で出来る数
	61		
	62		
	63		
	64		
	65		
	66		
	67		
	68		
	69		
	70		

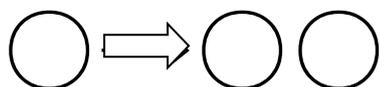
		A	掛け算で出来る数
	71		
	72		
	73		
	74		
	75		
	76		
	77		
	78		
	79		
	80		

		A	掛け算で出来る数
	81		
	82		
	83		
	84		
	85		
	86		
	87		
	88		
	89		
	90		

		A	掛け算で出来る数
	91		
	92		
	93		
	94		
	95		
	96		
	97		
	98		
	99		
	100		

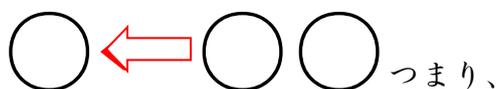
ステップ①：**わり算**の考え方

古代に既に、



この**2等倍**に対して、

**逆**の考え方、

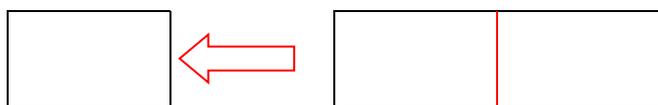


**2等分**が考えられ始めていたでしょう。

○でなく、**レンガ状**のもので考えてみよう。



**⇒**の**逆**としての



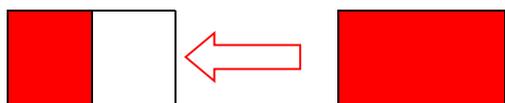
が考えられます。

初めは、

**2倍**した物を **2等分**することからの

$\div 2$ であったでしょうが、

進んで、



**初めの1個を2等分する $\div 2$ に**

進むでしょう。

このような形で、

**2等分**の考え方が出来ていくことは  
非常に**自然**です。

どのように考えてなのか、

正確なところはわかりませんが、

今から5000年も前の古代エジプトに、

2等分、3等分を $\frac{2}{3}$ と表す

**分数**が使用されていました。

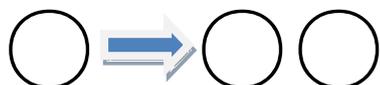
エジプトの分数表記 $\frac{2}{2}$ は、

$\frac{1}{2}$ だけでなく、

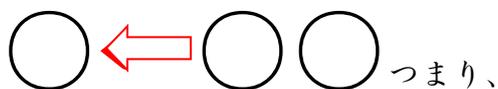
$\frac{\div 2}{2}$ でもあったかも知れない、  
と考えると面白いと思うのですが。

ステップ①：**わり算**の考え方

古代に既に、



この**2等倍**に対して、

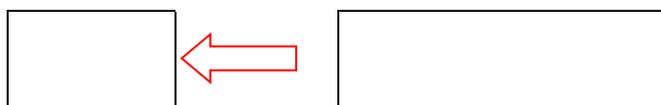


が考えられ始めていたでしょう。

○でなく、のもので考えてみよう。



**⇒** のとしての

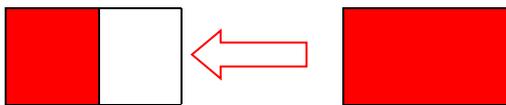


が考えられます。

初めは、  
2倍した物を2等分することからの

**÷ 2**であったでしょうが、

進んで、



初めの1個を2等分する $\div 2$ に

進むでしょう。

このような形で、

2等分の考え方が出来ていくことと考えることは

非常に自然です。

どのように考えてなのか、  
正確なところはわかりませんが、

今から5000年も前の古代エジプトに、

2等分、3等分を

$\bar{2}$   $\bar{3}$  と表す

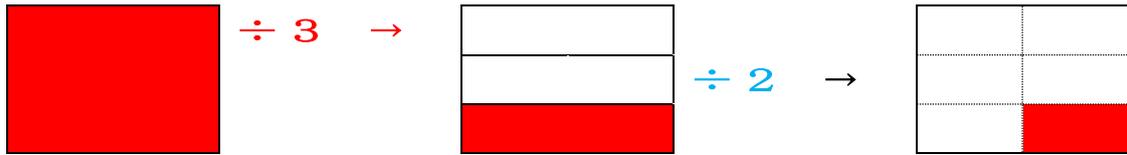
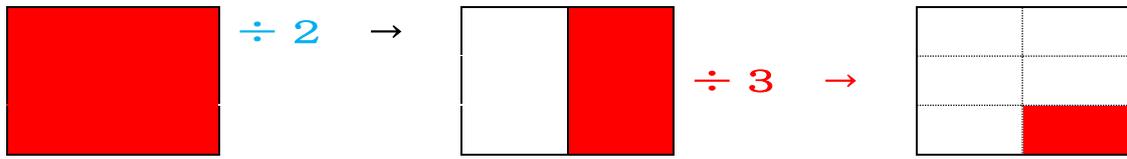
**分数** が使用されていました。

エジプトの分数表記

$\bar{2}$  は、 $\frac{1}{2}$  だけでなく、

$\boxed{\div 2}$  でもあったかも知れない、  
と考えると面白いと思うのですが。

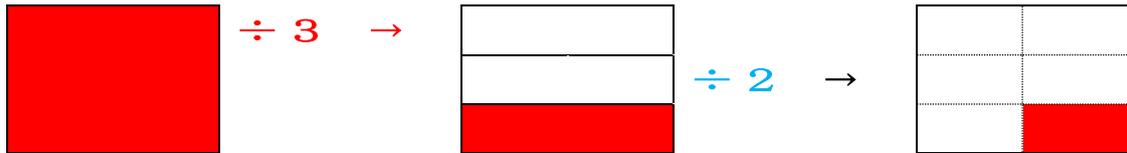
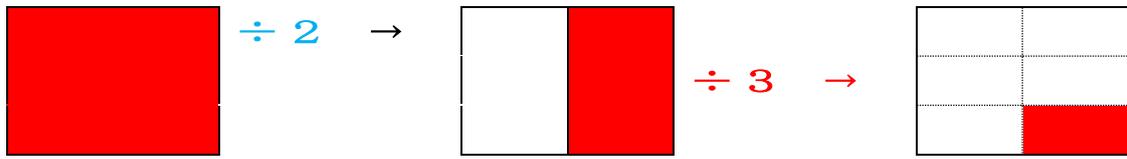
【等分の順序は交換可能である】ことを調べてみよう。



上記の図から明らかなように、 $\boxed{\div 2 \quad \div 3}$  は  
 $\boxed{\div 3 \quad \div 2}$  と計算出来ます。

これを、**わり算の順序交換可能の法則**と呼ぶことにしましょう。

【等分の順序は交換可能である】ことを調べてみよう。



上記の図から明らかなように、 $\boxed{\div 2 \quad \div 3}$  は  
 $\boxed{\div 3 \quad \div 2}$  と計算出来ます。

これを、**わり算の順序**                      **の法則** と呼ぶことにしましよ  
 う。

÷6 の 6 は、

さきに考えたように、

$6=2\times 3$  ですから

$$\div 6$$

$$= \div (2 \times 3)$$

$$= \div (3 \times 2)$$

ですから、

2 で割ってから 3 で割ろうが

3 で割ってから 2 で割ろうが

割り算の順序というのは

**6 の内部の問題**に過ぎない

と考えられます。

÷6 の 6 は、

さきに考えたように、

$6=2\times 3$  ですから

$$\div 6$$

$$= \div (2 \times 3)$$

$$= \div (\text{■})$$

ですから、

2 で割ってから 3 で割ろうが

3 で割ってから 2 で割ろうが

割り算の順序というのは

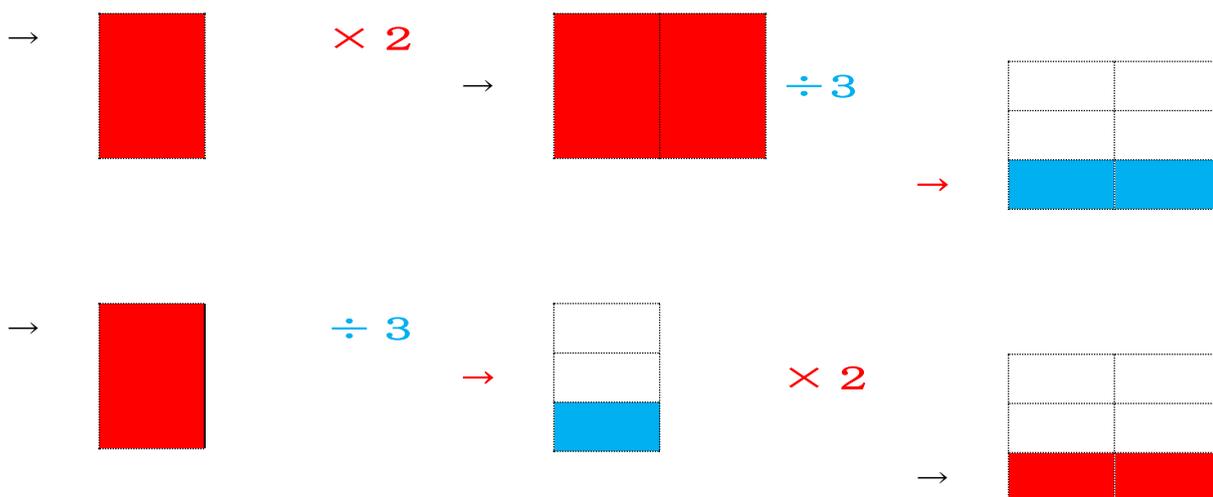
■に過ぎない

と考えられます。

ステップ⑭：【かけ算・わり算の混合】

【かけ算・わり算の順序も交換可能である】

### かけ算・わり算の 演算順序交換可能の法則



上記の図から明らかなように、

$\times 2 \quad \div 3$

は

$\div 3 \quad \times 2$

と計算出来ます。

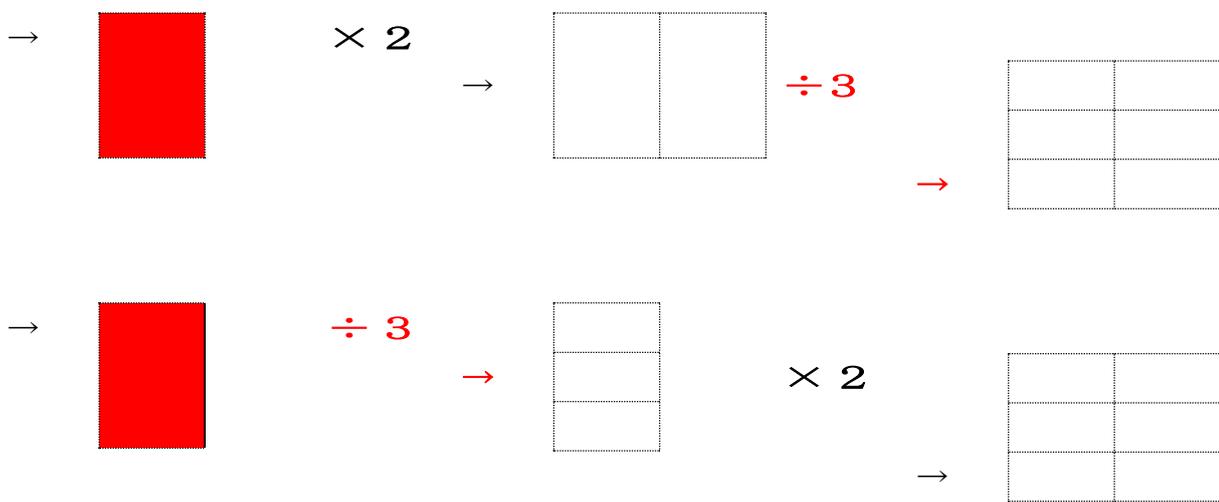
これを、

**等倍・等分の順序交換可能の法則**

と呼ぶことにしよう。

**【かけ算・わり算の順序も交換可能である】**

の  
**演算順序交換可能の法則**



上記の図から明らかなように、

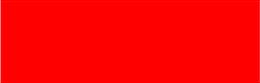
$\times 2 \quad \div 3$

は

$\div 3 \quad \times 2$

と計算出来ます。

これを、

**等倍・等分の**  **可能の法則**

と呼ぶことにしよう。

小学校の算数で、

掛け算は交換できるが

$$6 \times 2 = 2 \times 6$$

割り算は交換できない

$$6 \div 2 \neq 2 \div 6$$

と理解されています。

それは、みなさんもお承知の通り

記号×の前後の数字を

入れ替えて計算してもよいが、

記号÷の前後の数字を

入れ替えては計算できない

と言っているのです。

しかし、

しかし、

記号  $\div$  は、

$\div$  の前後の数を結びつけるのではなく、

後ろの数と結び付いている

と考えてみましょう。

# 6 $\div$ 2

の 6 の前に記号はありませんが、

これは、前に記号がなくとも、

数は倍数であるという基本にのっとして

$\times 6$  を表していると考えると、

$$6 \quad \boxed{\div 2}$$

$$= \times 6 \quad \boxed{\div 2}$$

$$= \boxed{\div 2} \times 6$$

が可能になります。

$$4 \times 6 \div 2 = 12$$

$$4 \div 2 \times 6 = 12$$

$\div 2$  は、 $\times 6$  の前に持ってこられます。

$6 \div 2$  と  $2 \div 6$  は等しくない、  
すなわち、

$$6 \div 2 \neq 2 \div 6 \text{ よりも}$$

こちらの方が大切な考えです。

ついでながら、

数学は、

「かけて1になる2つの数を

互いに**逆数**」

と定義します。ですから

$\frac{2}{3}$ の**逆数**は $\frac{3}{2}$ です。しかし、

元は、昔は、初めは

$\times 2$ の**逆数**は $\div 2$

$\div 3$ の**逆数**は $\times 3$

だったのかも知れません。

$\times 2 \div 3$ の**逆数**は

$\div 2 \times 3$

だったのかも知れません。

$$4 \times 6 \div 2 = 12$$

$$4 \div 2 \times 6 = 12$$

$\div 2$  は、の前に持ってこられます。

$6 \div 2$  と  $2 \div 6$  は等しくない、

すなわち、

$6 \div 2 \neq 2 \div 6$  よりも

こちらの方がです。

ついでながら、

数学は、

「かけて 1 になる 2 つの数を

互いに**逆数**」

と定義します。ですから

$\frac{2}{3}$  の**逆数**は  $\frac{3}{2}$  です。

しかし、元は、昔は、初めは

$\times 2$  の**逆数**は  $\div 2$

$\div 3$  の  は  $\times 3$

だったのかも知れません。

$\times 2 \div 3$  の**逆数**は



だったのかも知れません。

ステップ **エ** **結合の法則**

これが少し難しい。

左の計算を数式に表すと

$$12 \div 6 \times 2 = 2$$

$$12 \div 6 \times 2 = 2$$

$$12 \div (6 \div 2) = 2$$

$$12 \div (6 \div 2) = 2$$

割る大きさを2分の1にすると、商は2倍になる

もう一つ類例を示します。

$$12 \div 3 \times 2 = 4$$

$$12 \div 3 \times 2 = 4$$

$$12 \div (3 \div 2) = 4$$

$$12 \div (3 \div 2) = 4$$

割る大きさを2分の1にすると、商は2倍になる

割る大きさを2分の1にすると、商は2倍になる。

これが、**÷分数**の説明に必要な考えです。

分数乗除で難しいのはこれだけ、と言っても差し支えありません。

あとは、表記法だけの問題です。

ステップ **エ** **結合の法則**

これが少し難しい。

$$12 \div 6 \times 2 = 2$$

左の計算を数式に表すと

$$12 \div 12 \times 2 = \square$$

$$12 \div (6 \div 2) = 2$$

$$12 \div (12 \div 2) = \square$$

割る大きさを2分の1にすると、  
商は2倍になる

もう一つ類例を示します。

$$12 \div 6 \times 2 = 4$$

$$12 \div 6 \times 2 = \square$$

$$12 \div (6 \div 2) = 4$$

$$12 \div (6 \div 2) = \square$$

割る大きさを2分の1にすると、  
商は2倍になる

割る大きさを2分の1にすると、商は2倍になる。

これが、÷分数の説明に必要な考えです。

分数乗除で難しいのはこれだけ、と言っても差し支えありません。

あとは、表記法だけの問題です。

ステップコ

# 分数乗除へのステップ

分数の乗除は

自然数乗除の表記法の違いだけの問題であると考えましょう。

$\times 2 \div 6$  と  $\div 6 \times 2$  とは、

先に見たように、掛け算と割り算との順序を入れ替えただけの式です。

これを、次のように変化させると、分数乗除の法則が見えてきます。

$\times 2 \div 6 = \div 6 \times 2$		
$= \times (2 \div 6)$ <p>2÷6 を英語風に表すと</p> $= \times 2/6$ <p>2/6 を分数で表すと</p> $= \times \frac{2}{6}$	$= \div (6 \div 2)$ <p>6÷2 を英語風に表すと</p> $= \div (6/2)$ <p>6/2 を分数で表すと</p> $= \div \frac{6}{2}$	$\div 6 \times 2 = \times 2 \div 6$ <p>上の等式から 左の式のように変化して</p> $\div \frac{6}{2} = \times \frac{2}{6}$ <p>* 分数で割る計算が、 逆数を掛ける計算に なっています。</p>

つまり、分数は本来、自然数の乗除の複合を表すと考えれば、

自然数の乗除の法則が判れば

分数乗除にそれ以上の問題は何かもないのだとわかります。

ステップコ

# 分数乗除へのステップ

分数の乗除は

自然数乗除の [red box] だけの問題であると考えましょう。

$\times 2 \div 6$  と  $\div 6 \times 2$  とは、

先に見たように、掛け算と割り算との順序を入れ替えただけの式です。

これを、次のように変化させると、分数乗除の法則が見えてきます。

$\times 2 \div 6 = \div 6 \times 2$		
$= \times (2 \div 6)$ <small>2÷6 を英語風に表すと</small> $= \times 2/6$ <small>2/6 を分数で表すと</small> $= \times$ [red box]	$= \div (6 \div 2)$ <small>6÷2 を英語風に表すと</small> $= \div (6/2)$ <small>6/2 を分数で表すと</small> $= \div$ [red box]	$\div 6 \times 2 = \times 2 \div 6$  上の等式から 左の式のように変化して  $\div \frac{6}{2} = \times$ [red box]  * 分数で割る計算が、 逆数を掛ける計算に  なっています。

つまり、分数は本来、**自然数の乗除の複合**を表すと考えれば、

自然数の乗除の法則が判れば

分数乗除にそれ以上の問題は何かもないのだとわかります。

このようにして、

自然数から分数に至る道は非常に単純明快なものとなりました。

分数は元々、

等倍・等分の

複合表記法の一つ

として捉えれば簡単です、

このようにして、

**自然数から分数に至る道**は非常に単純明快なものとなりました。

は元々、

等倍・等分の

複合  の一つ

として捉えればカンタンです、

分数が

を表しながら、**大きさ**

も示すことが出来るのは、

自然数が

等倍を表しながら、

大きさを表せるのと同じ

であると考えたと

数全体の流れが自然です。

このようにして、

**自然数**から**分数**に至る道は非常に単純明快なものとなりました。

**分数**は元々、

**等倍・等分**の

**複合表記法**の一つ

として捉えれば簡単です、

**分数**が

**整数乗除を表し**ながら、

**大きさ**

も示すことが出来るのは、

**自然数**が

**等倍**を表しながら、

**大きさ**を表せるのと同じ

であると考えると

数全体の流れが自然です。

古代ギリシア風の

自然数を、

個数とだけ見ることをやめ、

「倍数と見る方法を基本に採用すれば、

（たぶん、5000年前の

古代エジプトやメソポタミアも

そう見ていたと思う）

算数学習はずいぶん楽になると思います。」

どこかで

「数学はいつもどこかで飛躍がある」

と読んだことがあり、

うまく前と後の論理が繋がらないとき、

「これが飛躍か」と、私も

無理に納得させていました。

しかし、

「分からないからの飛躍」は、

「昔の誤りを引きずっている」、或いは

「略式で見えなくなっている」  
と考えることが必要のようです。

「分数」は、  
「自然数と別のもの」  
と分類するのではなく、

**自然数乗除**の複合

と考えれば  
カンタンな整数計算の話  
となります。

古代ギリシア風の

自然数を、

個数とだけ見ることをやめ、

「倍数と見る方法を基本に採用すれば、

(たぶん、5000年前の

古代エジプトやメソポタミアも

そう見ていたと思う)

算数学習はずいぶん楽になると思います。」

どこかで

「数学はいつもどこかで飛躍がある」

と読んだことがあり、

うまく前と後の論理が繋がらないとき、

「これが飛躍か」と、私も

無理に納得させていました。

しかし、

「分からないからの飛躍」は、

「昔の誤りを引きずっている」、或いは

「略式で見えなくなっている」

と考えることが必要のようです。

「分数」は、

「自然数と別のもの」

と分類するのでなく、

の複合

と考えれば

カンタンな整数計算の話

となります。

ちょっと刺激的ですがハッキリ言うと、

現代数学は

**数**は**比**と言いながら、

**自然数の定義**が

**比**になっていません。

**た**のペアノの公理

を参照ください。

似たようなことですが、

**乗除は加減に先立つ**

と言いながら、

**自然数の定義**が

**加法優先**です。

おかしい！ですね。

ちょっと刺激的ですがハッキリ言うと、

現代数学は

**数**は**比**と言いながら、

**比**が

**比**になっていません。

**た**の**ペアノの公理**

を参照ください。

似たようなことですが、

**乗除は加減に先立つ**

と言いながら、

**自然数の定義**が

**乗除**です。

おかしい！ですね。

# 分配法則

$$\bullet\bullet\bullet + \bullet\bullet = \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \quad \text{をふつう}$$

$$3+2=5$$

と表すわけですが、

等倍感覚を基準にして考えると、

$$\bullet\bullet\bullet \text{ は } \bullet \times 3$$

$$\bullet\bullet \text{ は } \bullet \times 2$$

よって、

$$\begin{aligned} & \bullet\bullet\bullet + \bullet\bullet \\ &= \bullet \times 3 + \bullet \times 2 \\ &= \bullet \times (3+2) \\ &= \bullet \times 5 \end{aligned}$$

$$3 \text{ 百} + 2 \text{ 百}$$

$$= \text{百} \times 3 + \text{百} \times 2$$

$$= \text{百} \times (3+2)$$

$$= \text{百} \times 5 \quad = 5 \text{ 百}$$

と同じです。

$$\begin{aligned} &3 \text{ 千} + 2 \text{ 千} \\ &= \text{千} \times 3 + \text{千} \times 2 \\ &= \text{千} \times (3 + 2) \\ &= \text{千} \times 5 = 5 \text{ 千} \end{aligned}$$

と同じです。

$$\begin{aligned} &3 \text{ 万} + 2 \text{ 万} \\ &= \text{万} \times 3 + \text{万} \times 2 \\ &= \text{万} \times (3 + 2) \\ &= \text{万} \times 5 = 5 \text{ 万} \end{aligned}$$

と同じです。

$$\begin{aligned} &\text{cm} \times 3 + \text{cm} \times 2 \\ &= \text{cm} \times (3 + 2) \\ &= \text{cm} \times 5 = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

と同じです。

これを

ぶんばい ほうそく  
**分配 法則** と言います

**分配法則**の**元**は、  
個数を数える時に既に在る  
と考えられます。

この時、うれしいことに

個数の順序、

個数の加減、

個数の乗除と矛盾を起こしません。

$$\begin{aligned} &3 \text{ 万} + 2 \text{ 万} \\ &= \text{万} \times 3 + \text{万} \times 2 \\ &= \text{万} \times (3 + 2) \\ &= \text{万} \times 5 = 5 \text{ 万} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{cm} \times 3 + \text{cm} \times 2 \\ &= \text{cm} \times (3 + 2) \\ &= \text{cm} \times 5 = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

これを

 と言います

 の元は、  
個数を数える時に既に在る  
と考えられます。

この時、うれしいことに

個数の 順序、  
個数の 加減、  
個数の 乗除 と  を起こしません。

百や千でなく、  
365 や 314 でもこの考え方を使うと、  
計算がかんたんになることがあります。

例えば、

$$365 \times 7 + 365 \times 3 \quad \text{ならば、}$$

$$365 \times (7 + 3)$$

$$= 365 \times 10$$

$$= 3650$$

のように、計算がかんたんになることが  
あるのです。

円の面積を求める時にも使えます。

半径 8 cm の円の面積と  
半径 6 cm の円の面積  
の合計

$$8 \times 8 \times 3.14 \quad + \quad 6 \times 6 \times 3.14$$

$$= 64 \times 3.14 \quad + \quad 36 \times 3.14$$

$$= 3.14 \times (64 + 36)$$

$$= 3.14 \times (100)$$

$$= 314$$

百や千でなく、  
365 や 314 でもこの考え方を使うと、  
計算がかんたんになることがあります。

例えば、

$365 \times 7 + 365 \times 3$  ならば、

$$365 \times (\text{■})$$

$$= 365 \times \text{■}$$

$$= 3650$$

のように、計算がかんたんになることがあるのです。

円の面積を求める時にも使えます。

半径 8 cm の円の面積と 半径 6 cm の円の面積の合計
------------------------------------

$$8 \times 8 \times 3.14 + 6 \times 6 \times 3.14$$

$$= 64 \times 3.14 + 36 \times 3.14$$

$$= 3.14 \times (\text{■})$$

$$= 3.14 \times (\text{■})$$

$$= 314$$

D-a あ 個数を数えて等倍・等分へ

まとめてみると次の通りです。

あ

ステップア **等倍\***

1、 2、 3

とは

1倍、2倍、3倍の

ことである。

**\*1倍**のことを

「等倍」ということがありますが、  
ここでは「等分の逆」としての「等倍」  
です。

等倍の順序は変更できます。

ステップイ **等倍の逆の等分**

等分の順序は変更できます。

ステップウ

等倍・等分の混合

等分することと、

等倍することとの

順序は入れ替えられます。

ステップエ

等分・等倍の複合

次のことが、分数乗除を解き明かします。

$$\begin{aligned} & \div 6 \div 2 \\ = & \div (6 \times 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \div 6 \times 2 \\ = & \div (6 \div 2) \end{aligned}$$

ステップ オ

等分・等倍の複合と  
表記法

等分と等倍の表記法は  
いろいろ変化します。

                    の表記法が変化して

**分数・小数・割合**

が出来ました。

D-a あ 個数を数えて等倍・等分へ

あ

ステップ

ア



1、 2、 3 とは  
1倍、2倍、3倍のことである。

\*1倍のことを「等倍」ということがあります。  
ここでは「等分の逆」としての「等倍」です。  
等倍の順序は変更できます。

ステップ

イ

等倍の逆



等分の順序は変更できます。

ステップ

ウ

等倍・等分の混合

等分することと、  
等倍することとの  
順序は入れ替えられます。

