九々は二年生の課題ですが、

多くの場合、
「順に言えたら合格」
として済まされることが多く、
苦手な九九や、
忘れられている九々について
チェックされることが無いことが多い。

さらに、
二年生の時に完璧に出来ても、
三年生の今、
どの九々も完璧に出来るかどうか
わかりません。
ですから、
カードなどを使って、
苦手な九九を調べ、
再度練習することが必要です。

また、次のレベルですが、
「五二 10」と言っていた九々を
「10」を見て、「五二 10、二五 10」
と逆に言う練習がよいでしょう。

これは、
わり算の練習にもなりますから、
どの三年生も取り組んでほしいことです。

「4」を見て、
「ににんがし」

「6」を見て、
「さんにがろく」「にさんがろく」
と言うことを、
「**逆九々**」と呼ぶことにします。

18ならば、

九二18、二九18
六三18、三六18

　のように、
なるべく大きい数の段から
言うことにしましょう。

理由は、例えば、いずれ、

18：27 を２：３にするなど

比を簡単にしたり、

$\frac{18}{27}$を、$\frac{2}{3}$　にするなど、

分数を約分したりするときに、

出来るだけ大きな数を

素早く使えるようにするためです。

この練習のためには、
二人が組みになることが効果的です。

一人は次ページの答えを見て、
友だちが言うのを聞き、
正しく言えているかどうか、
をチェックします。

逆九々表

逆九々表

		21						81
	12		32	42			72	
						63		
4	14	24			54	64		
	15	25	35	45				同数九九
6	16		36		56			九々三つ
		27						九々四つ
8	18	28		48				
9				49				
10	20	30	40					

九々にはならないが、
かけ算の形に出来る数

					50	60	70	80

					51			
		22			52	62		82
			33					
			34	44			74	84
					55	65	75	85
		26		46		66	76	86
					57		77	87
			38		58	68	78	88
			39			69		

$22=11\times2$

$26=13\times2$

$33=11\times3$

$34=17\times2$

$38=19\times2$

$39=13\times3$

$44=11\times2\times2=11\times4$

$46=23\times2$

$50=5\times5\times2=25\times2$

$$51=17\times3$$

$52=13\times2\times2=13\times4$

$55=11\times5$

$57=19\times3$

$58=29\times2$

$60=5\times3\times2\times2=5\times12$

$62=31\times2$

$65=13\times5$

$66=11\times3\times2=11\times6$

$68=17\times2\times2=17\times4$

$69=23\times3$

$70=7\times5\times2=7\times10$

$74=37\times2$

$75=5\times5\times3$

$76=19\times2\times2=19\times4$

$77=11\times7$

$78=13\times3\times2=13\times6$

$80=5\times16$

$82=41\times2$

$84=7\times3\times2\times2=7\times12$

$85=17\times5$

$86=43\times2$

$87=29\times3$

$88=11\times2\times2\times2=11\times8$

$$91 = 13 \times 7$$

かけ算の形に表せない数

100までに、**24個**あります。

	11		31	41		61	71		
2									
3	13	23		43	53		73	83	
5									
7	17		37	47		67			97
	19	29			59		79	89	

1 も、掛け算でできないが、

都合で、掛け算で出来ない数には含めない。

上のような表にすると、
かけ算で表せない数が、
２と５を除いて、
一の位の数が、
１，３，７，９
に限られることが判る。

６つずつにまとめると、２と３を除いて、
６の倍数の前後に、
掛け算で出来ない数のあることがわかります。

2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31
32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43
44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61
62	63	64	65	66	67
68	69	70	71	72	73
74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85
86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97
98	99	100			

４つずつにまとめると

2	3	4	5
6	7	8	9
10	11	12	13
14	15	16	17
18	19	20	21
22	23	24	25
26	27	28	29
30	31	32	33
34	35	36	37
38	39	40	41
42	43	44	45
46	47	48	49
50	51	52	53
54	55	56	57
58	59	60	61
62	63	64	65
66	67	68	69

70	71	72	73
74	75	76	77
78	79	80	81
82	83	84	85
86	87	88	89
90	91	92	93
94	95	96	97
98	99	100	

２を除いて、４の倍数の前後に

掛け算で出来ない数のあることがわかります。

しかも、

何故か、４の倍数の右側の数が、

同じ数のかけ算の和になる、というのです。

5	＝	2×2	＋	1×1
13	＝	3×3	＋	2×2
17	＝	4×4	＋	1×1
29	＝	5×5	＋	2×2
37	＝	6×6	＋	1×1
41	＝	5×5	＋	4×4
53	＝	7×7	＋	2×2
61	＝	7×7	＋	4×4

不思議ですねえ。

71	＝	6×6	＋	5×5
73	＝	8×8	＋	3×3
89	＝	8×8	＋	5×5
97	＝	9×9	＋	4×4

４の倍数の左側の数は、何故かそうならない。

「何故だろう、先生にも判らない」

引き算ならできそうです。

3	＝	2×2	−	1×1
7	＝	4×4	−	3×3
11	＝	6×6	−	5×5
19	＝	10×10	−	9×9
23	＝	12×12	−	11×11

3	＝	2	＋	1
7	＝	4	＋	3
11	＝	6	＋	5
19	＝	10	＋	9
23	＝	12	＋	11

法則が見つからなければ、次の数は

ちょっと無理な数字のようです。

41	＝	21×21	−	20×20
53	＝	27×27	−	26×26
61	＝	31×31	−	30×30

かけ算と割り算の関係

$\boxed{3}$の２倍は$\boxed{6}$

$\boxed{6}$を２等分すると$\boxed{3}$

これを次のように表す。

$\boxed{3}\times 2=\boxed{6}$

$\boxed{6}\div 2=\boxed{3}$

同じ関係を各自

たくさん作りましょう。

そうすれば、理解できます。

$\boxed{5}$の２倍は$\boxed{10}$

$\boxed{10}$を２等分すると$\boxed{5}$

これを次のように表す。

$\boxed{5}\times 2=\boxed{10}$

$\boxed{10}\div 2=\boxed{5}$

幾つか２倍、２等分のあと、

順次、３倍、３等分、

10倍、10等分などへ進みましょう。

$\boxed{5}\times 3=\boxed{15}$

$\boxed{15}\div 3=\boxed{5}$

幾らか進めた後で、

$\boxed{15}\div 3=\boxed{5}$

$3\times\boxed{5}=\boxed{15}$

であることを発見させる。

ゲーム化の必要性。

どんな場合にでも出来るゲーム化は、
できる時間を競うことです。
ただし、
時間を競って正確さを後にするのは、
最も避けたいところです。

今、

$\boxed{ア}$	$\boxed{3}$の２倍は$\boxed{6}$ $\boxed{6}$を**２等分**すると$\boxed{3}$ これを次のように表す。 $\boxed{3}\times 2=\boxed{6}$ $\boxed{6}\div 2=\boxed{3}$

としました。

しかし、

わり算の使い方はこれに限らない。

$\boxed{イ}$	$\boxed{3}$の２倍は$\boxed{6}$ $\boxed{6}$の中に$\boxed{3}$は幾つあるか。 これを次のように表す。 $\boxed{3}\times 2=\boxed{6}$ $\boxed{6}\div\boxed{3}=2$

一般に、
$\boxed{\text{ア}}$を$\boxed{\text{等分除}}$と言い、
$\boxed{\text{イ}}$を$\boxed{\text{包含除}}$
と呼んでいる。
しかし、この呼び方に異を唱える人もいる。
ここでは触れない。

ただ、÷数が大きくなると、
等分除はやりにくい。

12÷2の解を得るために使うのは
二の段、それとも六の段？

250÷12のときに、
12×2の2の段からやる者はいない。

とすれば、
割る数を基準にして
九々を使うのが当然。

12÷2の答えに、
6ではなく
2とする子が居ます。

「ろくにじゅうに」
と唱えたのかもしれません。
この様な間違いをする子に
「どのように考えてそうしたのか」
とたずねても
明確な返答が無いのがふつうです。

こういう時は、
「2の段の九々を唱えて
12になる数を探すのです」
と繰り返し教えるのが道でしょう。

わり算を学び始めたら、
63÷7まで一気に進めるなど、
九々の全部を使う計算を、
といった進め方は
算数学習には本来
向かないと思います。

5が二つで10の
5×2を覚えたら、
10÷5や10÷2を
教えておくというように、
小さい数だけで乗除を行い、
63÷7などの大きい数は、
時間をおいて、
それらの意味が身についた段階で
広げていくのが
多くの子どもを躓かせない方法です。

ですから、

小さい数ならば理解されることは、
低学年のうちに
どんどん進めるべきです。

そうすれば、
「算数が判らない、面白くない」
という子どもは格段に減ります。

文部省の指導要領は、
ひとつの標準を示すと考えて
実際の指導は
学年枠を外す方がよい。
文部科学省も
最近、指導要領は
制限するものではない
と述べている。

指導要領を変更しても、
混乱するだけでしょう。

どちらにしても混乱するか

『3の2倍が6、
6の半分は3』

これを指導するときは、
加減の例から始めるとよい。

3+2＝5
5－3＝2
5－2＝3

この数字の関係は、
直観的に判る子どもも
25＋18＝43
は判らない場合もある。
いや、初めはみんなそうです。

小さい数で判ったからと言って、
その法則を、
大きな数でもすぐに理解する子は少ない
と考えるべきです。

等分除と
包含除の区別

単位を付けずに理解せよ
と言うのはかなり無理がある。
物理学的には非常に大切な区別。

物理学のテキストで有名な
ファインマンさんは、
『古代ギリシアの数学でなく、
メソポタミアの実践的方法が
物理に向く。』
と言っておられる。

算数は、
数学より、
物理に近く教えた方が判る場合が多い。

本来そうすべきなのかもしれない。

数学は、
抽象されたものですから、
先ずは物理で、
そして、
いくつもの物理に共通な性質が、
数学である、
と考えては如何でしょうか。

いきなり数学は、
階段を使わずに、
いきなり二階へ行け、
と言うようなものではないでしょうか。

６倍の半分は何倍？

６㎝の半分は何㎝？
６㎝有れば２㎝は幾つとれる？

数学的には、

（㎝×6）÷（㎝×2）＝3
の数字の部分だけを取り上げて、
6÷2＝3

（㎝×6）÷3＝（㎝×2）
の数字の部分だけを取り上げて、
6÷3＝2
とでも考えるのが
数の学としての解答でしょうか。

子どもにはかなり判りにくい。

●●●
●●●

これを「3×2」としても
　　　　「2×3」としても
結果が「6」になることは
図から明らかです。

ところで、
これから導かれる
「6÷2」の式は、
「6を2等分したら幾つか」なのか
「6の中に2は幾つあるか」なのか、
どちらでしょう。

もちろん、
どちらの意味にも解されます。
どちらの意味に解しても

答えは３です。
何故、
「6を２等分したら3」
「6の中に２は幾つあるかでも3」
全く意味が異なるのに、
常に答えの数が一致することを
どう説明したらよいのでしょうか。

皆さんは不思議だと考えたことは
ないでしょうか。

別に、
子どもに説明するのでなく、
自分自身に対しての答えとして
どう考えたらよいのでしょうか。

数学的には次のようになる、
と思います。

●●● ●●●	＝	●×6

● ●	＝	●×2

だから、「6の中に2は幾つあるか」なのかは、

	●●● ●●●	÷	● ●
＝	●×6	÷	(●×2)

この式を、数だけの式にすれば

＝	×6	÷	×2

数の前の×は、常識に従い省き、

＝	6	÷	2

「６を２等分したら幾つか」は、

	●●● ●●●	÷	2
＝	●×6	÷	2

この式を、数だけの式にすれば

＝	×6	÷	2

数の前の×は、常識に従い省き、

＝	6	÷	2

数の式は同じでも、意味は異なります。
異なるものを同じ数式で表せる、
というのが数学の良いところであり、
判りにくいところ、ですね。

如何でしょうか。
数学は数の学にするのが
数式の理解につながるのでしょうか。

私たちは、
計算の説明をするときに、
その時々の計算を、
解りやすい方法でして
何の不思議も感じないのでしょうね。

÷2の時は、
2等分の方法でやったり、
2が幾つあるか、
と二通りの方法を使い、
÷7や、÷25となれば、
7が幾つあるかとか、25は幾つあるか
と説明して不思議だと思わない。
いや、気づいていない。

大きな数

十倍毎の意味と読み方

十

百

千

万とはいうが、

万を独立して言うときは**一万。**

本来ならば、

一十

一百

一千

だろうが、

良く使われるものは略される

時計の文字盤は、12 表記です。

初めから 12 表記ではなかったのでしょう。
初めの頃は、文字盤には、
60 表記と 12 表記が
両方示されていたのではないでしょうか。
それが、洗練されて、
12 表記単独になったのだと思います。
初めから 12 表記で 37 分などと
読ませるわけがありませんから。
読めるわけがありません。

ソロバン教育は、現在、

長い歴史の中で洗練されてきた最後の形の

四つ玉ソロバンを教えています。

江戸時代では、

五玉２つ、一玉５つの

五つ玉ソロバンがありました。

四つ玉ソロバンを

小学一年生に教えきることは

かなり困難です。

ソロバンは、

10玉ソロバンか、９玉ソロバンが、

入門には向く

と思います。

その前に、一度、
１円玉や 10 円玉を使って、
10 玉又は９玉そろばんを作り、
理解させ、その後で、
場所によって意味の違う玉を取り扱う
のが順序でしょう。

お金の等分

２等分

２円を二人で分ければ
１円と１円

６円を二人で分ければ
３円と３円

10円玉を使って、
10円を二人で分ければ、
５円と５円と分けられる子は、
20円を二人で分けた後、
30円を二人で分ける時、
10円と10円を先ず取り、
残りの10円玉を
５円と５円にわけて

合わせて15円と出来る。

このようにして、
順次、数を大きくしていけば、
1年生くらいでも
わり算指導を始められる。

実態を先に示し、
後で、言語化、
または、数式化するのが
望ましい。

いや、
理解を促すためには
実態を示すことは必須かな。

ニケタ×一桁

繰り上がり無しから。

意外とやり方は知っているが
意味が解っていない子どもがいます。

25
×4
20+80
＝100
筆算は出来ますが、
20＋80に分解が理解できていない。

わり算を分数で表す

５年生で、

分数の意味や働きとして、

$\frac{1}{3}$を１÷３にさせる問題が出されますが、

逆に、

$\boxed{1 \div 3 \text{ を } \frac{1}{3} \text{ と表す、}}$

と説明する方が判りやすい

と思われませんか。

整数乗除の計算を

分数で表しただけ、

と考える方が

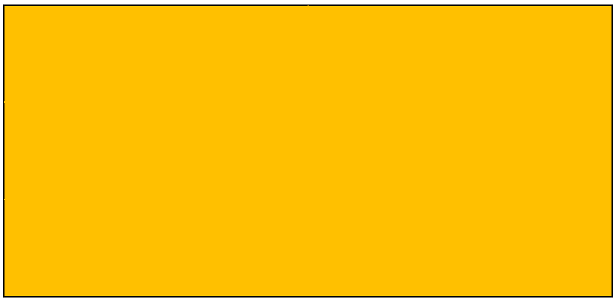
数学の発展段階を順に踏んでいる

と思うのです。

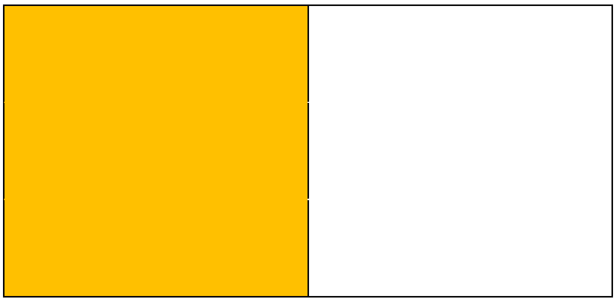
その後、
整数の基本が「倍数」であったのに、
「大きさ」も表すようになったのと
同じように、
分数も、
わり算の別表示から、
大きさとも
理解されるようになった、
と考えると判りやすい。

$\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{3}$ の前に、
単なる２等分、３等分
があったわけです。

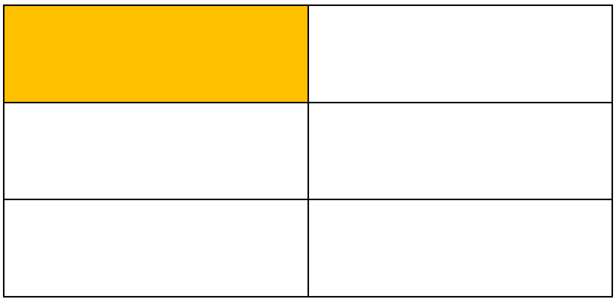
タテに２等分して横に３等分すると
全体は、2×３の６等分になる。
これを図解するとつぎのとおり。



これを２等分して



さらに、３等分すると、



全体を６等分することになる。

1より小さい数になる所で
分数表記を使い始めるのは、
教育のいつもの悪い癖です。

新しい表記が必要になったところ、
即ち、
新しい内容を学ばせる時に、
新しい方法を知らせる、
といった困った方法をとるのです。
いかにも必然性があるようで
反対しづらい場面です。

しかし、先ず、
良く知っていることを
新しい方法で表現してみせる
という指導方法をとると、
子どもは簡単に理解してくれます。
非常に良い方法です。

$$6 \div 2$$ を、

$$6/2$$ 又は、

$$\frac{6}{2}$$ と表す。

と指導すると、単に、
表現方法を変えただけですから、
抵抗は少ないものです。

良く知っていることを

新しい表現で見せると、
意味は理解していますから、
何故そのような表現をするのか
の疑問だけになります。

この様なことは、
今までにもたくさんしてきたことですから、
さほど抵抗は有りません。

いくつか類例を見た後、

$$1 \div 2$$ を、

$$1/2$$ 又は、

$$\frac{1}{2}$$ と表す。

となるのですが、
商が整数では理解できても、
商が真分数になるのは
数字だけでは
いささか抵抗があります。

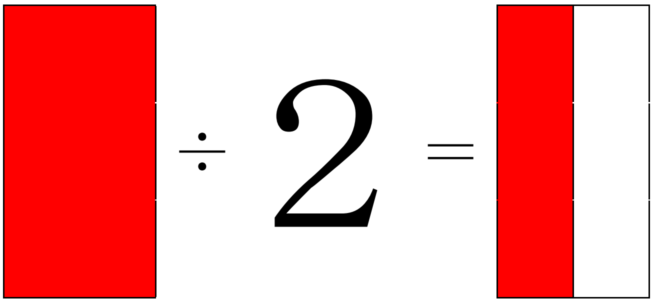
形式的に

1÷2 を $\frac{1}{2}$ と表す、

と数字だけで説明するのは、

？でしょうから、

ここは図示の出番です。



$$1 \div 2 = \frac{1}{2}$$

$$1 \div n = \frac{1}{n}$$

１を割るときはこの図が便利ですが、
２や３などを割るときは、
この面積図ではうまくいきません。

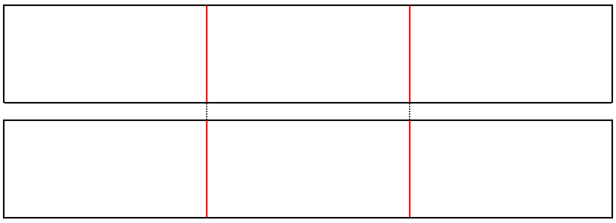
図示も一種類の方法だけでは うまくいかないものです。

2÷3 は、

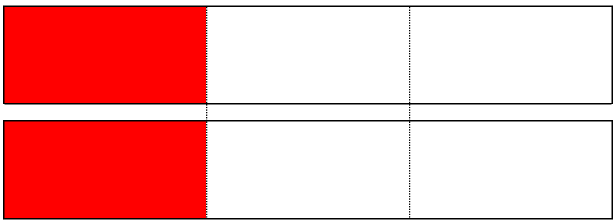
1÷3 を次のように表した後で、

2、すなわち、

これを **3 等分**します。



2 を 3 等分した内の 1 つ分、



すなわち、

$\frac{1}{3}$ が２つで $\frac{2}{3}$

いかがでしょうか。

あっこれは、

５年生の領域でした。

詳しくは５年生の場で見ましょう。