倍数

2、4、6、8、10、12、……………のように、

2を何倍かした数を

$\boxed{\text{2の倍数}}$、と言います。

3、6、9、12、15、……………のように、

3を何倍かした数を

$\boxed{\text{3の倍数}}$、と言います。

6、12、……………のように、

2の倍数であり、3の倍数でもある数を

$\boxed{\text{2と3の公倍数}}$と言います。

6 のように、

2と3の公倍数のうち、

最も小さい公倍数を

最小公倍数といいます。

公倍数は、

最小公倍数の倍数になっています。

2と3の公倍数は、

最小公倍数6の倍数です。

倍数に、ゼロを入れると、

最小公倍数は、いつもゼロ

になるので、ふつうはゼロを省きます。

これらは、

2だけでなく、

いくつかの数で類例を示し、

暗誦すべき課題です。

内容的には難しくないのですが、

計算力の弱い子は、

「何が判らないのか」

と誤解されやすいテーマです。

「判らない」のではなく、

「時間がかかる」のです。

2 つの数の

最小公倍数を求める方法は、

$\boxed{一}$、一方がもう一方の倍数になっている。

$\boxed{二}$、2 つの数に 1 以外の公約数が無い場合

$\boxed{三}$、2 つの数に、1 以外の公約数がある時。

の三種類ですが、

方法論的には

一つにまとめることも出来ます。

最大公約数を学んでからですが、

2 数の積を最大公約数でわれば

1 つの方法論で済みます。

しかし、

「子どもに判る算数を目指す」のが

私たちの課題ですから、

判るステップを踏んでから、

こういうのもある、

とするのが良いと思います。

もっと言えば、

4と12の最小公倍数を求めるのに、

4×12÷4は遠回りです。

つまり、

子どもたちの理解しやすい手順を

しっかり身につけてから、

さらに法則を使えるように

と考えるのが良い道

だと思います。

2 つの数の関係から、

3 種類に分けて考えることができます。

考える順序は、

その人の数の知識により異なりますが、

一の方法は、どの場合も一番です。

一

2 と 4、3 と 6、5 と 10 のように、

一方が、

もう一方の倍数になっている場合は、

大きい数が、最小公倍数です。

二

公約数の勉強が済んでからですが、

2と3、2と5、2と7、

3と4、3と5、3と7、のように、

1以外に公約数が無い時は、

（1が最大公約数の場合）

2つの数の積が最小公倍数です。

三

4と6、4と10、6と8のように、

最大公約数が2の時は、

2つの数の積を2で割ります。

また、

6と9、6と15、9と12、9と15のように、

最大公約数が3の時は、

2つの数の積を3で割ります。

6×9÷3

三つの方法を一つにする方法は、

二つの数の積を最大公約数でわる

この様な方法に進む前に、必ず、

2つの数の倍数を求めて、

同じく倍数になる数を探すのが

基本です。

できれば、

法則を自分で発見する道筋を

準備出来ればいちばん良いのですが。

論理は単純で理解されやすい課題ですが、

暗算が苦手な子どもにとっては、

手間取るものです。

約数

例えば、

整数6を、整数2で割ったとき、 6÷2＝3 割り切れて、商は3です。 このようなとき、 割った整数2を 割られた整数6の約数 と言います。

6÷3＝2（割り切れます）

3は、6の約数です。

6÷1＝6（割り切れます）

1は、6の約数です。

６÷６＝１（割り切れます）

６は、６の約数です。

あらゆる整数は、

１と

其の数自身でわれます。

６の約数の求め方は、

６を１で割って割り切れるので１

６を２で割って割り切れるので２

６を３で割って割り切れるので３

６を４で割り切れないので違う

６を５で割り切れないので違う

６を６で割って割り切れるので６

よって、

1、2、3、６が６の約数

と説明されることが多いのですが、

実用的ではありません。

６を１でわって、商は６であるとき、

１も６も約数になります。

６を２で割って商は３であるとき、

２も３も約数になります。

それゆえ、

6の約数を数え上げるためには、

先ず

1で割って6だから、(1と6)

2で割って3だから(2と3)

3で割ることは既にできているので

これで完了。

つまり、

6の約数を求める時は、

1	2	3
6	3	

8の約数を求める時は、

1	2	~~3~~	4
8	4		

9の約数を求める時は、

1	2	3	
9		3	

1・6、2・3

1・8、2・4

のように、

ふたつの約数をセットにして

求めましょう。

公約数

６の約数は、1、2、3、6 です。

８の約数は、1、2、4、8 です。

６と８の両方に有る約数は、

１と２です。

この様に、

６と８の両方の約数である

１と２を

６と８の**公約数**と言います。

同じように、

６と９の公約数を考えてみましょう。

６の約数は、1、2、3、6 です。

９の約数は、1、3、9 です。

両方にあるのは、1と３です。

この様に、

６と９の両方の約数である

１と３を

６と９の公約数と言います

もう一度、

６と９の公約数を考えてみましょう。

６の約数と９の約数の全てを調べて

公約数を求めるのは、

小さい数の時はともかく、

約数がたくさんあるときは

ちょっと面倒です。

まず、

大きい方の数９が、

小さい方の数６の倍数になっているか、

いや、逆に

小さい方の数が6、

大きい方のすう9の約数になっているか。

なっていない。

では、次にどう考えるべきか。

9と6の差3は、公約数か。

公約数である。

ならば、3が最大公約数である。

公約数は、3の約数、1と3.

この方法ならば、

160と120の最大公約数も

カンタンに求められる。

最大公約数

A

小さい方の数が最大公約数

6と18のように、

小さい方の数6が

大きい方の数18の約数ならば、

小さい方の数6が最大公約数。

B

大と小の差が最大公約数

12と18のように、

18と12の差6が最大公約数。

C—1

小、差のいずれでもない

10と14

A:**小10は**、大14の約数ではない。

B:**差4**も、公約数ではない。

C:小か差の小さい方の数の約数の中から

小10より、差4が小さいから、

差4の約数、1、2、4から2。

10と16

A:小10は、大16の約数ではない。

B:差6も、公約数ではない。

C:小か差の小さい方の数の約数の中から

小10より、差6が小さいから、

差6の約数、1、2、3、6から2。

C－2

公約数が1しかない場合

2，3	3，5	3，7	5，12
3，4	5，7	5，11	7，15
4，5	7，9		
5，6	9，11		
差が 1だけ	差が2だが 2数は 奇数	ともに 素数	一方が素数で もう一方が 素数の倍 数でない

大きい単位を
小さい単位で表す

1m は 100 ㎝ですから、

0.1m は 10 ㎝

0.01m は 1 ㎝です。

ですから、

2.56m＝256 ㎝です。

同じように考えて

百は 100 ですから、

0.1 百＝10

0.01 百＝1

2.56 百＝256 です。

1㎞は 1000mですから

0.1㎞＝100m

0.01㎞＝10m

2.56㎞＝2560mです。

1 千は 1000 ですから

0.1 千＝100

0.01 千＝10

2.56 千＝2560 です。

一万は 10000 ですから、

0.1 万＝1000

0.01 万＝100

2.56 万＝25600 です。

百万は　100 0000 ですから、

0.1 百万＝10 0000

0.01 百万＝1 0000

2.56 万＝2 56 0000 です。

●のところを

2 百

2 千

2万

2 百万と読むと良い。

あとは、一つずつ下の位に進む。

小数をかける計算

まず、

小数の出来た道筋をたどろう。

1000 100 10 1		

上から順に、

10 分の 1 になっている。

1 の 10 分の 1 をどう表すか、

1 を 10 等分して、

算数風に　1÷10 か

英語風に　1/10 か

分数の形で　$\frac{1}{10}$か。

400 年ばかり前に、

10

　1

　0.1

と表す方法を考えた人が居る。

初めて思いつく人は大変だが、

だれかが考え付いたことを

理解するのは

さほど難しいことではない。

$\boxed{\text{10 分の 1}}$は

30を10等分した内の1つ分は

30÷10×1

これを

30×1÷10と順序を変更し、

30×1/10と表せば英語風。

これを

$30\times\frac{1}{10}$とすれば算数。

この×は1に掛っている。

$\frac{1}{10}$ は0.1とも表すので、

$30 \times\frac{1}{10}$ は

$=30 \times 0.1$

逆に辿れば

30　×0.1

$$=30\times\frac{1}{10}$$

＝30　×1　/10

＝30　×1　÷10

＝30　÷10　×1

20×0.3

＝20×0.1×3

＝20÷10×3

とは、

20×3÷10

＝20×3/10

$$=20\times\frac{3}{10}$$

この×は 3 に掛っている。

30×10 が筆算の子。

$0.25 \times 32 = 800$

$0.25 \quad \times 3$

$2.5 \quad \times 0.2$

2.5×3.2

$25 \times 32 \div 10 \div 10$

$0.6 \div 0.2$

$= 6 \div 2$

$0.12 \div 0.3$

$= 1.2 \div 3$

余りの出る小数除法

小数の割り算は、

位を移動して、というか、

割る数を整数にして、

それに合わせて

余りの位が、……………

いや、具体の場で考えよう。

0.91÷0.02 は、ふつう、

割る数の 0.02 を 100 倍して 2、

同様に;、

割られる数も 100 倍して 91、

91÷2 として計算する。

45 余り 1 ですが、

商を 45 として

余りを求めようとすると、

0.9÷2の余りは0.1.

しかし、

元の問題は

0.09÷0.2であるから、

それでは困る。

この説明をどうするか。

カンタンに判る問題で考えて

位取りを考える

8 百÷2 百＝4

8 十÷2 十＝4

8 千÷2 千は＝4

8 万÷2 万＝4

8 百万÷2 百万＝4

この場合は、

8 百の中に、2 百がいくつあるか、

と考える方が、

8 百を 2 百等分すると考えるより

わかりやすい。

いずれも

8÷2＝4

と見ている。

多くの場合そうなのだが、

教えようとするテーマで考えると

考えなければならない点が複雑になるので、

子どもには難しくなる。

さて、余りが有る場合の例。

9百÷2百は、4あまり百。

9十÷2十は、4あまり十。

9千÷2千は、4あまり千。

9万÷2万は、4あまり一万。

9百万÷2百万は、4あまり百万。

いずれも

9÷2＝4あまり1と一応見るけれども、

余りの1は、

それぞれの問題毎に大きさが異なる。

通分の３種類

倍数タイプＡ

4と2

6と2、6と3

8と2、8と4

9と3

10と2、10と5

のように、

一方が、

もう一方の倍数になっているときは、

大きい方が最小公倍数。

これはカンタン。

互いに素タイプＢ

2と3

2と5

3と4

3と5

などのように、

1以外に公約数が無い時。

2と3の最小公倍数は、2×3

2と5の最小公倍数は、2×5

3と4の最小公倍数は、3×4

3と5の最小公倍数は、3×5

1以外に公約数があるタイプC

4と6(最大公約数2)

4と10(最大公約数2)

6と8(最大公約数2)

6と9(最大公約数3)

6と10(最大公約数2)

などのように、

1以外にも公約数が有る時。

4と6の最小公倍数は、4×6÷2＝12

4と10の最小公倍数は、4×10÷2＝20

6と9の最小公倍数は、6×9÷3＝18

6と10の最小公倍数は、6×10÷2＝12

異分母分数の加法は

最小公倍数の腕前に掛っているが、

最小公倍数にしなくとも

計算はできる。

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$$

$$=\frac{6}{24}+\frac{4}{24}$$

$$=\frac{10}{24}$$

$$=\frac{5}{12}$$

ふつう、

約分が要求されるので、

最小公倍数が望ましいのだが、

計算力の弱い子には、

分母の数の積で通分するのが良い

ともいえる。

例えば、

$$2\frac{1}{4}+3\frac{1}{6}$$

$$=\frac{9}{4}+\frac{19}{6}$$

そして通分、のように、

分数のかけ算を学ぶと、

帯分数を仮分数にして計算する。

そのため、

帯分数の加減も、仮分数にする子が増える。

整数部分が理不尽な、

$$2019\frac{1}{4}+3\frac{1}{6}$$

などの問題はふつう無い。

しかし、無いわけではない。

これを仮分数にするのは無駄。

というわけで、

分数部分だけを通分する、

と教えることにしたい。

$2\frac{1}{4}+3\frac{1}{6}$ （整数部分は先に足す）

$=5\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$

$=5\frac{3}{12}+\frac{2}{12}$

$=5\frac{5}{12}$

異分母分数の減法

もちろん、

通分は加法だけでなく

減法にも必要。

帯仮分数

算数用語に帯仮分数なる語は

あまり見かけないが、

引き算に於いては

これは欲しい用語です。

$$5\frac{1}{5}-\frac{3}{5}$$

$$=4\frac{6}{5}-\frac{3}{5}$$

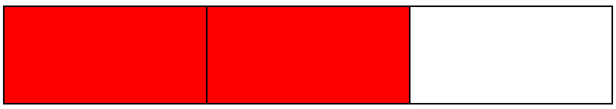
$$=4\frac{2}{5}$$

分数×整数

この大きさを 1 とすると、

この大きさは、$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ の2倍は、$\frac{2}{3}$



$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

と表すことにしよう。

分母はそのままに、

分子だけが 2 倍になっている。

上の大きさを 1 とすると、

この大きさは $\frac{1}{5}$。

この $\frac{1}{5}$ を２倍すると、

$\frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$

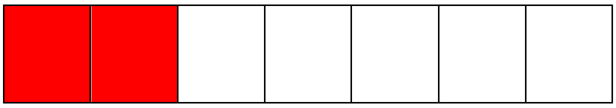
この$\frac{2}{5}$を２倍すると$\frac{4}{5}$。

$\frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5}$

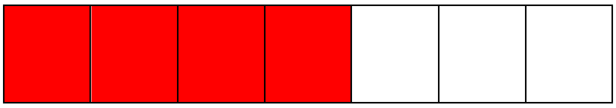
と表すことにしよう。

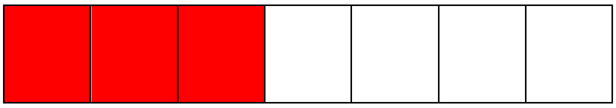
分母はそのままに、

分子だけが２倍になっている。

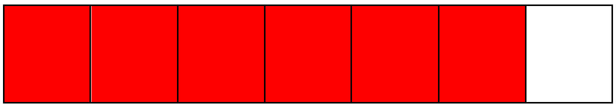


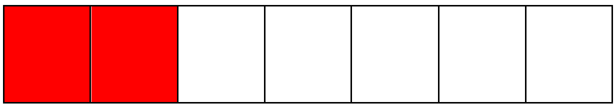
$$\frac{2}{7}\times 2 = \frac{4}{7}$$



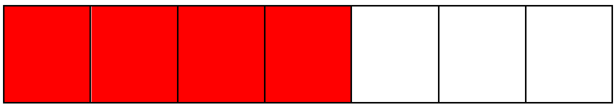


$$\frac{3}{7}\times 2 = \frac{6}{7}$$





$$\frac{2}{7}\times 3 = \frac{6}{7}$$



分母はそのままに、

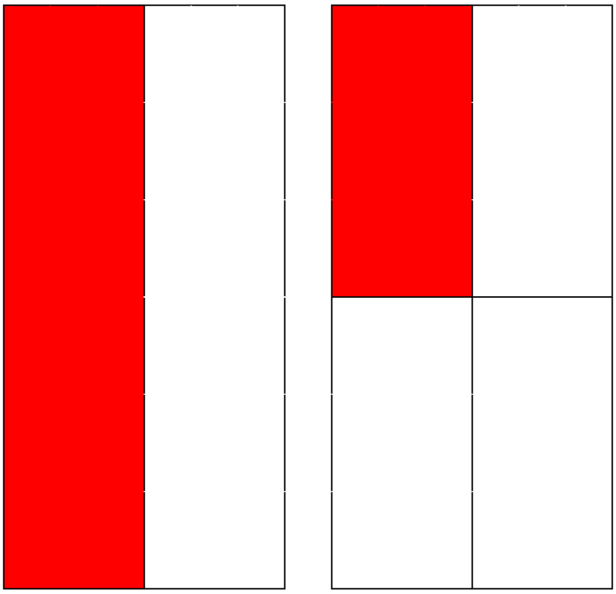
分子に整数が掛けられている。

分数÷整数nは、

分母に

割る数nを掛ける

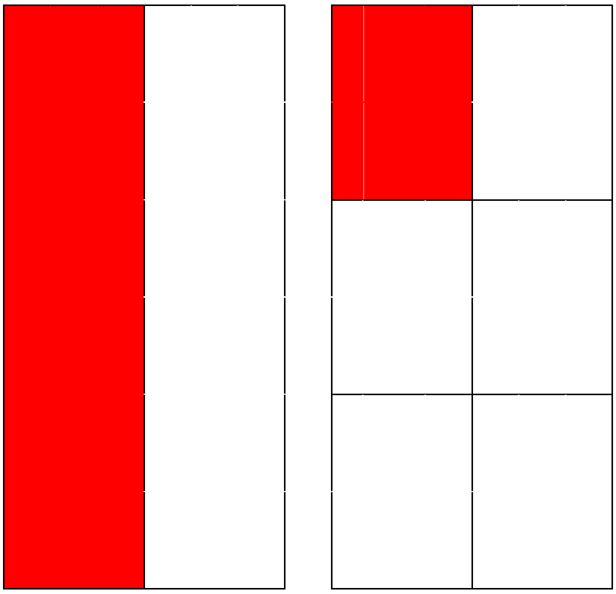
$\frac{1}{2}$を２等分すれば$\frac{1}{4}$



$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$$

と表すことにしましょう。

$\frac{1}{2}$を３等分すれば$\frac{1}{6}$



$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$

と表すことにしましょう。

$\frac{1}{3}$を３等分すれば、$\frac{1}{9}$

$\frac{1}{3}$を２等分すれば$\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$$

$\frac{1}{4}$を２等分すれば$\frac{1}{8}$

$$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$$

いずれも

分母に整数を掛けています。

分数÷整数

分子を整数で割る

$\frac{1}{3}$ の2倍は $\frac{2}{3}$

逆に、

$\frac{2}{3}$を２等分すれば$\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3} \div 2 = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{5}$ の2倍は $\frac{2}{5}$

逆に、

$\frac{2}{5}$を２等分すれば$\frac{1}{5}$

$$\frac{2}{5} \div 2 = \frac{1}{5}$$

$\frac{3}{7}$ の2倍は $\frac{6}{7}$

逆に、

$\frac{6}{7}$を２等分すれば$\frac{3}{7}$

$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{3}{7}$$

いずれも

分子を整数で割っています。

分数÷整数は、

整数を分母に掛けるか、

分子を整数で割るか

のどちらかです。

両方の組み合わせも有ります。

$\frac{4}{7}$を６等分すれば？

$$\frac{4}{7} \div 6$$

$$= \frac{4}{7} \div (2 \times 3)$$

$$= \frac{4}{7} \div 2 \quad \div 3$$

$$= \frac{2}{7} \div 3$$

$$= \frac{2}{21}$$

整数×分数とは、

6年の領域だが、

整数m　÷整数n　×1

＝m　×1　÷n

＝m　×1　/n

$$=m\times\frac{1}{n}$$

整数×分数とは、

以上の式を逆に辿ることで

見えてきます。

$m\times\frac{1}{n}$ とは、

m ×1 /n

m ×1 ÷n

m ÷n ×1

つまり、

整数に**分数を掛ける**とは、

分母で割って

分子を掛けることです。

日本語で読むとき、

「×（かける）n分の１」と読むので、

「×÷n×1」となって

気持ちが悪いのは、

本来日本語の順序になっていないものを

無理に読んでいるからです。

m×（n分の１）は、

日本語に直せば、

「mのn分の１」

と読むべきところです。

そうすれば、

「m÷n×1」

とつながります。

整数÷単位分数

6 年の領域

四捨五入など、

概数計算について、

概数計算は、

いつも数の単元で扱われるが、

どちらかと言えば、

量の単元で考えるのが適当であろう。

なぜなら、

数を概数にする理由は無いからであり、

量は、

厳密に言えば、

いつも概数であるから。

例えば、

「3㎝」を考えてみよう。

正確な3㎝は、

計りとることが出来るだろうか。

真の3㎝を考えることは、

数学的にはカンタン。

しかし、物理的には不可能です。

どこまで正確に測るか、

の問題です。

量は、常に概数です。

概数計算における

等号の扱い方

6.5万÷2.5万＝2.6

6.5万も2.5万も概数とすると、

割り切れてはいるが、

商の2.6も概数に違いない。

このとき、

＝で結んでよいかどうか、

が問題になりますね。

＝はあくまで、

右辺と左辺が等しいときですから。

大よそ等しいときも

等号で結んでよいのか。

式として見えているのは、

概数ではなく、

きちんとした数です。

計算式としては、等号で結んでも

何の問題もない、とも言えます。

「算数の答えは１つに決まるから好き」

と言う人が、昔からたくさん居ます。

数だけを扱っているときは、

あまり問題が起こりませんが、

実際のことを扱うと

どうすべきか迷うことが多々あります。

6÷2＝3　ですが、

6㎝の長さの板を2等分すれば、

頭の中では3㎝でしょうが、

実際に切るとなれば、

絶対にちょうど3㎝にはなりません。

実際の問題を解決するために

算数を使うときは、

なかなか難しい。

6.5 万÷2.4 万＝2.708333333………と、

割り切れない時はどうしましょうか。

ふつう、割りきれなくとも、

1÷7＝0.1428……………と表しますね。

とすれば、

算数上の扱いは、

計算式としては、

概数であろうとなかろうと、

イコールで結び、

問題の答えの結果は

それぞれの場合に応じて

別の表記とする、

といったところでしょうか。

1より小さい数で割ると、

商は、

割られる数より大きくなる。

このことが理解できない子が沢山います。

これは、

わり算を、

割り算とだけ考えているからです。

今、「÷算」を

「わり算」と書き、

「割り算」と書かない。

それは、多分、

「割る」という文字に、

「生活上の割る」意味がついているため、

それを避けるためでしょう。

日本語人の子どもは、

「÷0.2」など、

「1より小さい数で÷ときにつまずき」

英語人の子どもは

「×0.2」など、

「元の数より小さくなる掛け算に躓く」

と聞いたことがあります。

日本語では、

割るに、小さくなるイメージが有り、

英語では、

かけ算の用語に、

マルチという増えるイメージが有るからと。

そういえば、

日本語の「掛ける」には、

大きくなるイメージは有りません。

「8掛け」などの「掛け」から

「掛け算」と言う用語ができたとすれば、

もともとは、

小さくなるところから発しています。

もし、

「掛け算」でなく、

「倍算」という用語だったら、

日本語人の子どもは、

「×0.3」に多く躓いたかもしれませんね。

そういう意味で、用語は大切です。

逆に言うと、

「用語」をそのままの意味に捉えると、

誤解が生じることがあります。

その観点から、注意深く、

算数指導がなされなくてはなりませんね。

この場合、

どう指導すればよいか。

5 年生で、

1 より小さい小数でわるのは、

利益が 60 円あります。
これは、原価の 30％に当たります。
原価は何円でしょうか。

の問題を

60÷0.3＝200　 200 円

と答えさせたい時です。

この式を理解するためには、

少し長い準備が必要です。

これは、

「5 年その 3」で詳しく説明します。

ここでは、

0.3 を「割合」でなく、

「大きさ」として考えて、

理解してもらう方法を説明します。

10 ㎝の中に、2 ㎝は幾つありますか。

これは、10÷2＝5　5 つです。

1 ㎝を 10 等分した長さを

0.1 ㎝と表します。

1 ㎝の中に、0.1 ㎝は幾つありますか。

イメージとして、10 個です。

1÷0.1＝10　10 個です。

1 ㎝の中に、0.2 ㎝は幾つありますか。

1÷0.2　ですが、

この式の計算が出来ない場合、

それは、

単位を換えて考えられないから

と推測できます。

そもそも、60÷20　は、

20で割っているでしょうか。

10を単位として、

6÷2　としていませんか。

600÷200　を

200等分している人は居ないでしょう。

100を単位として、

6÷2　としているはずです。

同じように、

1.2÷0.2　は、

0.1を単位として、

1.2は12、0.2は2　と見て、

12÷2　ですね。

筆算の計算方法も

$0.2\overline{)\,1.2}$ を

$\cancel{0}2.\overline{)\,12.}$ とします。

この計算方法を、

単に、**方法として**覚えていて、

単位変換と見ていない子どもは

大変多いのです。

数のいろいろな意味を

瞬時に使い分けていることを

自覚していないことは多いものです。

$200\overline{)1200}$ を

$2\cancel{00}\overline{)12\cancel{00}}$

$2\overline{)12}$

とするのも同じですね

わり算を教え始めるころに、

例えば、

1の中に2分の1は幾つあるか、

1の中に3分の1は幾つあるかを

1÷(2分の1)＝2

1÷(3分の1)＝3と表す、

と導けば、

割り算の答えは小さくなる

という先入観は出来ません。

1や(2分の1)を、

図で表せば

何の問題もなく理解できます。

5年生で困るのが判っているのですから、

3年生の「わり算」を

「割り算」でなく、

「÷算」として導くのが

望ましいわけです。