概数（概量）

「大体どれくらいか」を問題にするとき、
「何ケタまで詳しく見る」のが
よいだろうか。

身長ならば、
「135 ㎝」と３ケタくらいまでを言う。
㎜単位までは言わない。
しばらくしたら変わるからだ。

体重ならば、
「29 ㎏」と２ケタまで。
ご飯を食べる前と後でも、
１㎏は簡単に変わるから、
それ以上詳しくしても意義が薄い。

算数でいちばんよく使われる概数は、
円周率。
円周率は、際限のない小数が続くが、
ふつう、3.14.で、３ケタを使う。
しかし、
問題用紙に書かれた
「この円の周囲は何cmか」
と問われるとき、
計る直径は、
５cm３mmとmmまで。
15cm３mmならば３ケタだが、
５cm３mmならば２ケタ。

円周率は３ケタだが、
直径が２ケタの場合、
答えを３ケタにしても意味がない、
とも考えられる。

もし、
直径５㎝ならば、
どう考えたらよいだろうか。

一方が１ケタだから、
それに合わせて
答えも１ケタ、というのは
いささか乱暴。

５㎝×3.14 と式をたてて、
15.7 ㎝と積を求めて、
そのままにするか、
16 ㎝とするか、
いささか悩むところ。

算数問題としてどうすべきか。
いろいろ考えてみると、
悩んだ跡があれば、
どれでも良いとするか、

計算通りの答えで良し、とするか。

数計算の答えは一義的に決まるが、
応用問題のときには、
常識に従って、
と子どもには難しい話になる。

算数問題の答えと雖も、
どうするか悩むところがある、
ということですね。

メートル法

メートル法の基本は、
4年生のところで説明しましたが、
再録します。

日本が採用しているメートル法は

つまみ食いです。

mm（ミリメートル）の10倍がcm（センチメートル）で、

cmの100倍がm（メートル）で、

m（メートル）の1000倍がkm（キロメートル）です。

変だとおもわれませんか。

10倍、100倍、1000倍の混在です。

メートル法の長さはそもそも
次のように、

十進法でできています。

mmの10倍がcmで、

デシ
cmの10倍がdmで。

デシ　　　　　　　メートル
dmの10倍がmで

メートル
mの10倍がデカmで

ヘクト

デカmの10倍がｈｍで

ｈｍの10倍がｋｍです。

表にすると、長さは

ミ リ	センチ	デ シ		デ カ	ヘクト	キ ロ
m	c	d	1	da	h	k
m	m	m	m（メートル）	m	m	m

1m（メートル）を基準に、

右へ進むに従い 10 倍に。

左へ進むに従い 10 分の 1 になります。

きれいなものです。

これで、面積は

㎜²	㎝²	dm^2	m^2	dm^2	hm^2	km^2

単位が１つ上がる毎に100倍となり、

体積は

mm^3	cm^3	dm^3	m^3	dam^3	hm^3	km^3

単位が１つ上がる毎に1000倍になります。

重さは、体積当たりの水ですから、

mg	g	kg	t	kt	Mt	Gt

重さは、体積と同じく、

単位が１つ上がる毎に1000倍になります。

こうすれば、

計算力の苦手な子どもでも

その体系が理解しやすくなります。

「日本では、明治時代、
尺貫法が使われていたので、

デシ㍍を使うところには、
寸や尺が使われ、
デカ㍍を使うところには、
丈や間が使われ、
ヘクト㍍を使うところには、
町などが使われ、
重さでは、
貫、匁などが使われていたので、
メートル法は、
完全な形では採用されなかった。

10倍、100倍、1000倍の体系を説明した後に、
部分的に採用された、と説明すれば、
理解は、格段にカンタンになります。

小さい単位を
大きい単位の時間に換算

1分を60秒に換算するのは、
低学年の領域。

1分　＝　60秒

1秒は、2秒の2分の1、
1秒は、3秒の3分の1だから、
1秒は、60秒の60分の1。

左右を入れ替えて、

60秒　＝　1分

1秒　＝　$\frac{1}{60}$分

あとは、順に

２秒　＝　$\frac{2}{60}$分

３秒　＝　$\frac{3}{60}$分

約分は別の問題。

1時間を60分に換算するのも同じ。

1時間　＝　60分

1分は、2分の2分の1、
1分は、3分の3分の1だから、
1分は、60分の60分の1。

左右を入れ替えて、

60分　＝　1時間

1分　＝ $\mathbf{\dfrac{1}{60}}$ **時間**

あとは、順に

２分　＝　$\frac{2}{60}$時

３分　＝　$\frac{3}{60}$時

約分は別の問題。

この手順で判らない子は、
ほとんどいない。

分と秒、時間と分
を数直線に表す方法は、
数字が大きすぎて見えにくい。

ここは、
上のような関係を
数字で見つけてほしい。

数直線で表すとすれば、
先ず、
㎝と㎜など、

せいぜい10倍程度の換算に使うと
効果的です。

分数で表すことはいつでも出来ますが、
小数はちょっと面倒。

小数で表された時間を
小さい単位の時間に換算する

0.1時間は何分か、
を**10分**と答える子は多い。

小数は十進法だから、
時間も十進法と考えやすいためです。

1時間　＝　60分

両方を10等分して、

0.1時間　＝　6分

両方を2倍して、

0.2時間　＝　12分

以下同様に、

0.3 時間	＝	18 分
0.4 時間	＝	24 分
0.5 時間	＝	30 分
0.6 時間	＝	36 分
0.7 時間	＝	42 分
0.8 時間	＝	48 分
0.9 時間	＝	54 分

これらを、

60 分×0.1

60 分×0.2

60 分×0.3

60 分×0.4

などと計算出来れば、

1.3 時間　＝　78 分

2.4 時間	**＝**	**84 分**
3.5 時間	**＝**	**210 分**

も難しくない。

30 分を 0.5 時間になど、
分を単位として表された時間を
時間を単位とした小数で表すには、
出来る場合と出来ない場合がある。
できるのは、
左に表した 6 分・12 分・18 分など、
6 の倍数だけだろうか。

1 分は、1÷60＝0.01666……………
2 分は、2÷60＝0.033333
3 分は、3÷60＝0.05
4 分は、4÷60＝1÷15＝1÷5÷3
5 分は、5÷60＝1÷12＝1÷4÷3

3 分単位で小数で表すことが出来そうだ。

この様に、
網羅的に調べていくと
おもしろいことに気付く。

小数で表された時間を
より小さい単位の時間で表すことは
常にできる。

0.35 時間を、分と秒で表す。
60 分×0.35＝21 分
これは出来た。

0.36 時間はどうだろうか。
60 分×0.36＝21.6 分
0.6 分＝60 秒×0.6＝36 秒
よって、21 分 36 秒

1000分の1の単位まで詳しくなら
どうだろうか。

0.367時間
＝60分×0.367
＝22.02分
＝22分＋60秒×0.02
＝22分12秒

行けそうですね。

秒以下は十進法ですから、
大丈夫のように思われますが、
10000分の1の単位まで
計算してみましょう。

　0.3678 時間

＝60 分×0.3678

＝22.0680 分

＝22 分＋60 秒×0.068

＝22 分＋40.8 秒

＝22 分 40 秒 8

小数で表された時間は

分・秒の単位で表すことは

いつも可能のようです。

５年生の為の

面積の求め方

例えば、

長方形の面積は、

タテ×ヨコとして求められる、

と言われている。

このタテと言うのは何だろう。

タテの長さだろうか。

もし、

長さを表しているのだとしたら、

タテが２㎝、ヨコが３㎝の

長方形の面積を求める式は、

２㎝×３㎝＝６㎠

と表されることになる。

もしこの式が許されるならば、

この×は何を表しているのか。

×３は、何かの３倍を表している、

とすれば、

×３㎝とはどのようなことか。

今まで学習したことの中に、
「３㎝倍」などというものは無かった。

だいたい、算数では、
式の計算に単位をつけないのがルール
と言われている。

では、このタテとは何なのか。

検定教科書は、

長方形の面積の求め方を、
１㎠の正方形を基に、
タテにいくつ・ヨコにいくつ、と考え、
タテ×ヨコで個数を数える、

としている。

「面積が判らない」と言う子に、
上の説明にもどって話して、

相変わらず「判らない」
と言った子に出会ったことがない。

数学は、
実に判るようにできている。

この式「タテ×ヨコ」は、
子どもに誤解されるようにできている。
面倒でも、
タテの個数×ヨコの個数＝長方形の面積
と、すべきところを
略したがために判りにくくなっている
と考えるべきなのですね。

しかし、
これは誤解で済まされますが、
次の公式は、誤解とは言えない。

直方体の体積を求める公式は、

初め、「タテ×ヨコ×高さ」

と説明されています。

この式も、教科書の言うように、

タテの個数×ヨコの個数×高さの個数

の略式表現としましょうか。

しかし、いつの間にか、どこかで、

「底面積×高さ」と変化しています。

これは、「略した」では済まない。

どう見ても、

「面積×長さ」です。

この×は何なのでしょう。

面積・体積が「判らない」と言う子は、

算数が判らないのではなく、

算数で考えるが為に、

その説明が判らない、

と言っているのではないでしょうか。

底面積×高さで直方体の体積になる、
と考えられない子は、
非常に数学的である、
と言えると思います。

納得できない子は、
裸の王様を見ているのでは
ないでしょうか。

勿論算数の教科書は、
最初に１㎤の立方体が幾つ、
と考えなさい、と説明しています。
しかし、
或るときから、
「底面積×高さ」になっているのです。
なあなあ主義みたいです。

しかし一方、

2 ㎝×3 ㎝＝6 ㎠　や、

6 ㎠×5 ㎝＝30 ㎤　の式は、

×にこだわらなければ、

まことによく判る式です。

これらの式から単位を除くのは、

もったいないことです。

算数教科書の編纂者が

「単位をつけてはダメです」

と主張されても、

そんな算数捨てて、

単位付き式派になりたいくらいです。

皆さんの考えは如何ですか。

もちろん、

子どもたちに納得してもらえる理屈

が必要ですが。

正方形の面積

＝　一辺×一辺

例

３㎝×３㎝＝９㎠

長方形の面積

＝タテ×ヨコ

例

２㎝×３㎝＝６㎠

平行四辺形の面積

＝底辺×高さ

例

２㎝×３㎝＝６㎠

三角形の面積
＝底辺×高さ÷2

例

2 ㎝×3 ㎝÷2＝3 ㎠

ひし形の面積
＝対角線×もう一方の対角線

例

2 ㎝×3 ㎝÷2＝3 ㎠

台形の面積＝
(上底＋下底)×高さ÷2

例

（2 ㎝＋3 ㎝）×4 ㎝÷2＝10 ㎠

円の面積

＝半径×半径× π

円の面積の求め方は、
円を半径で刻んで、
幾つもの中心角の小さい扇形を作り、組み合わせ、
長方形の形にして、
タテ×ヨコのようにして考えたものです。

ですから、
半径と半径を掛けて、
それに、πをかけたものでは
ありません。

半径×（半径×π）です。
ですから、

覚える時も、

「半径×半径×π」

と続けるのでなく、

「半径×　　（半径×π）」

と間をおくと誤解を防ぎます。

扇形の面積

$$＝半径×半径×\pi×\frac{中心角}{360}$$

$$＝円の面積×\frac{中心角}{360}$$

延べ人数・延べ日数

例えば、

３人が、２日かけてする仕事は、
「１人ならば６日かかり、
　１日ならば６人かかる。」
と考えることがある。

仕事によってはそうもいかないのだけれど、
公園の草取りならば可能。

この、
１人で仕上げるならば６日かかることを
「のべ日数は６日」と言い、
１日に仕上げるには６人が必要。
これを「延べ人数は６人」と言う。

仕事算

仕事算は、
述べ人数の延長線上の問題と
考えられる。

例えば、
「Ａならば５日かかる仕事」というのは、
「Ａならば、延べ５日の仕事」
という意味だろう。

仕事算については、
公開ページのＦに詳しいので
ここでは省略します。

単位当たり量

五年生に、

「単位当たり量」が配当されている。

しかし、五年生で初めて

「単位当たり量」なる用語を使うのが

もうひとつ判らない。

何故なら、

Ｑ1	15 円で５本買えるエンピツ １本の値段は何円か。

の問題は、単位当たり量ではないのか、

ということです。

求める式は、15 円÷5＝3 円

Ｑ2	15 ㎡に５本植えた苗木の １本当たりの面積は何㎡か。

の問題と、どこが違うのだろうか。

求める式は、15 ㎡÷5＝3 ㎡

Ｑ３　　15 ㎡に５人居る。 　　　１人当たりの面積は何㎡か。

の求める式は、15 ㎡÷5＝3 ㎡
問題と、どこが違うのだろうか。

敢えて違いを探せば、
Ｑ１は、答えが整数になる問題だが、
Ｑ2、Ｑ３は、
答えが小数になることもある、
といったところだろうか。

物理風の式を使えば、

Q1　15 円÷5 人＝3 円/人

Q2　15 ㎡÷5 本＝3 ㎡/本

Q3　15 ㎡÷5 人＝3 ㎡/人

Q3 は、

人口密度の問題に直結していますが、

基本的には、小学三年で学ぶ

Q1、Q2 のわり算の問題と

なんら変わりありません。

ここで述べたいことは二つです。

一つは、単位当たり量は、

小学三年生の課題である、

ということ。

もう一つは、

そうであるから、
単位当たり量を指導するときは、
まず、小学三年の課題で示せば、
かなり簡単に理解される、
ということです。

さらに、言えば、
この単位当たり量の問題も、
比を使って考えるべきです。

つまり、Ｑ１の
「５本で 15 円ならば１本何円か」は、

５本	**本数が ５分の１ だから、**	**１本**
15 円	**値段も ５分の１ になる**	**15 円÷5**

である。

同様に、Q３も、
人数が５分の１だから、
面積も５分の１になる。
比の問題である。

速さ

この「速さ」というのがくせものです

子どもたちの『判らない』の筆頭が「割合」。
つぎが、「速さ」でしょうか。

「速さ×時間＝距離」のどこが難しい、
と言うのかね、が大方の授業者の意見。

『判らないなら、仕方がない』

『距離と速さと時間を次のように表し、

距離	
速さ	時間

さらに、これを

きょり	
はやさ	じかん

と表し、

頭文字の $\boxed{\text{き、は、じ}}$ を

$\boxed{\text{は・じ・き}}$ と覚え、

（はじきは、拳銃の隠語だ）

下の２つを掛ければ上の距離になる。
上の距離を下の速さでわれば時間。

上の距離を下の時間でわれば速さ。

どうだ、
『簡単におぼえられるだろう』
とする方式が、
全国的に流布しています。

これが、困った指導法です。
判らなければ覚えて使え！
というものです。

算数も、数学の端くれ。
訳が判らないなら覚えて使え、では、
数学になりません。

数学は、
説明を聞けば、
なるほどと思えて数学です。

もちろん、

説明の出来ない基礎的なものもあります。
例えば、
「長い・短い」などは、
これ以上、簡単な表現は有りませんから、
使いながら理解するしかありません。
判ってからなら、
それらしい説明もできます。

速さなどは、
それほど基礎的な概念ではありません。

なぜ、
子どもに判る説明が無いのでしょうか。
それは、
「速さは５年生の単元ですが、
　比で説明すべきことなのに、
　比の単元が６年生だからです。」

『速さが判らない』と言う子に、

１秒	**⇒時間が２倍だから**	２秒
３㎝	**⇒距離も２倍**	３㎝×２

と、比で説明したとき、

『判らない』と言った子に

出会ったことがありません。

もうひとつの問題点があります。
それは、
速さ×時間＝距離　という単位付き式は
数学式ではありません。
物理式と呼ぶべきです。

物理式は、
数学的には説明できないのに、
数学式だと思うから、
指導法を誤るわけです。

速さは、数学的には、
比で指導すべきです。
単位は、同じ単位同士で較べます。
同じ単位ならば、
大きさを比で較べられます。
なんの難しいところも有りません。
誰でも判ります。

つまり、
面積や体積と同様、
数学は
判る道筋を用意してくれています。
物理式を書いてしまって、
数学的に説明できないので、
苦し紛れの『覚えて使え』です。

速さは、
時間の比と
距離の比との**一致**で説明すべきです。

そして、物理式を指導するにしても、
速さ×時間＝距離　から説明しては、
いきなりハイジャンプです。

先ずは、
距離を時間でわって速さを

表すことに慣れねばなりません。

このとき、
同様のことがもっと低学年に有ることを
知らねばなりません。

単位当たり量を
５年生の単元のように扱われていますが、

４本で 20 円のエンピツは、 **１本何円でしょうか。**

これは、
３年生の問題ですが、明らかに
単位当たり量を求めようとしています。

物理式で表すならば、
20 円÷４本＝５円/本　です。

４秒で 20 ㎝進むミニカーは、
１秒で何㎝進みますか。

も、同じタイプの問題です。
何が違うかと言えば、
動きを伴っていることでしょうか。

速さの指導には、
単位当たり量を求める３年生の課題と
比の考えが必要だ、
ということです。

どの課題についても、
何がどこに準備されているか、
を知ることが大切です。

算数は数学也、ということで、
単位をつけない、

と言うならば、
公式も数学的に表せるものに
限るべきでしょう。

単位をつけているがごとき公式、即ち
物理的式を扱いながら、
単位はつけない、では、
手段を与えず、結論を得よ、
と言うようなものです。

４年生に、
速さを単位付き式で教えた経験からですが、

６㎝÷２秒＝３㎝/秒 ３㎝/秒×２秒＝６㎝

は、ほぼ全員が『了解！』でした。
しかし、
６㎝÷３㎝/秒＝２秒　の『了解』は
クラスの３分の１くらいでした。
ちょっと手ごわいところです。

まあ、何十年も前の話ですから、

教え方も下手だったのですが。