

A 小学2年生の問題

1本5円のペン
2本では何円か。

カンタンだ。5円×2=10円

でも、「何故×2なのか？」と問われたらどう答えますか。

B 小学3年生の問題

15円で3本買えるペン
1本では何円か。

簡単だ。

$$15 \text{ 円} \div 3 = 5 \text{ 円}$$

でも何故÷3なの？と問われたらどう答えますか。

わり算が分からない3年生はかなり多い。

まあ、幾つかの問題をやっているうちに

大体できるようになるのですが。

上のB問題は間違いなく答えられても

3本15円のペン
1本では何円か。


をわる数を先に示すと

3÷15と立式する子どもがかなりの割合でいます。

最初に示された数を後に示された数でわるのです。

1 本 5 円のペン 2 本では何円か。

この段階で、


1 本		2 本
5 円		5 円 × 2
		10 円

このような表を作り、

「2 本は、1 本の 2 倍。
本数が 2 倍になっているので
値段も 2 倍になる。」

次に

左右を逆にして、

2 本		1 本
10 円		10 円 ÷ 2
		5 円

「1 本は、2 本の半分。(or 2 分の 1)
本数が 2 分の 1 になっているので
値段も 2 分の 1 になる。」

この方法で幾つか練習すれば分かる。

では、

C

2 本が 10 円のペン
3 本では何円か。

これ C は、

B と A の組み合わせた問題と考えると易しくなる。

2 本	1 本	3 本
10 円	10 円 ÷ 2	5 円 × 3
	5 円	15 円

問題文には無いが間に 1 本が入る。

次のように 1 本の枠があれば
初めての問題でもかなりかんたんになる。

2 本		3 本
10 円		5 円 × 3
		15 円

次のように 1 本の枠が無いと
初めての問題ならば戸惑う。

2 本	3 本
10 円	円

問題文が

10円で2本のペンが買える。
3本では何円必要か。

こうすると少しややこしくなる。
ま、これはこのままで。

さて、
これが6年生になると、

$$2 : 3 = 10 : x$$

となる。

どう解くか。

内項の積＝外項の積

つまり、

$$3 \times 10 = 2 \times x$$

両辺を2でわって $x = 15$

しかし、

内項の積＝外項の積の証明が省略されているので
信用しにくい。

数値で見ているだけでは、
数学になったとは言えない。

文字式で一般化してこそ数学と呼ばれる。

数学は、
ある特定の数の場合だけでなく、一般的にこう言える
ということができて初めて数学になる。

これは、
文字式の単元で扱うべきことですが、
高校数学というより、
小学校中学校の課題ですから、
ここで文字式化しておこう。

考える手順は次の通り。

1 本	m 本
A 円	A 円 $\times m$

m 本	1 本
B 円	B 円 $\div m$

m 本	1 本	n 本
B 円	B 円 $\div m$	B 円 $\div m \times n$

m 本		n 本
B 円		B 円 $\div m \times n$

m 本	n 本
B 円	B 円 $\div m \times n$

「 $\div m \times n$ 」を分数を使って表す手順は次の通り。

「 $\boxed{\div m}$ $\boxed{\times n}$ 」 の
 ($\boxed{\div}$ ことと $\boxed{\times}$ こと の順序は入れ替えられるので)

「 $\boxed{\times n}$ $\boxed{\div m}$ 」 (左式を英語風に表すと $\boxed{/m}$)

「 $\boxed{\times n}$ $\boxed{/ m}$ 」 (左式を算数風に表すと)

「 $\times \frac{n}{m}$ 」

または

「 $\div \frac{m}{n}$ 」

分数の掛け算とわり算については別のところで詳しく説明する。

これらを比を使って表すと

$$m : n = B : x$$

$$x = B \times \frac{n}{m} \quad \text{または} \quad x = B \div \frac{m}{n}$$

日本語では $\boxed{\times}$ 分数の方が分かりやすい。

算数・数学は一つずつの比に戻って考えるとわかりやすい。

内項の積=外項の積は

$A : B = C : D$ と表しては、説明のしようがない。

m	1	n
	a	

m	1	n
a m	a	a n

$$m : \boxed{n} = \boxed{a m} : a n$$

これで

$$\begin{array}{l} \boxed{\text{内項の積}} \quad \boxed{n} \times \boxed{a m} \quad \text{と} \\ \boxed{\text{外項の積}} \quad \boxed{m} \times \boxed{a n} \quad \text{が等しいことが見える。} \end{array}$$

10 円を、A と B に $2 : 3$ に分けるには
 $2 : 3 = 4 : 6$ と見当をつけて解くのが一番早い。

ですが、
 そううまくいく場合ばかりではありませんから、
 このようなカンタンな場合に
 どのような数値でも解ける方法を見つけておく必要があります。

比の問題は表を使うのが良い方法です。

	A	B	全体	単位
分配の比	2	3		
金額			10 円	

	A	B	全体	単位
分配の比	2	3	$2+3=5$	1
			10 円	

全体の 10 円が比で表すと $2+3$ の 5 になることを示すのが一番初めの仕事です。

次に、

2 や 3 や 5 の元になる 1 を。

その 1 が 2 円にあたることを求める。

これが出来たら、

2 や 3 に当たる金額が

4 円と 6 円になることはすぐにわかります。

	A	B	全体	単位
分配の比	2	3	5	1
	4 円	6 円	10 円	2 円

これらを数直線風に表すと
問題文にあるのは次の通り。

10 円	
2	3

求める順に上から示すと、

10 円	
5	
1	
2 円	
2	3
4 円	6 円