現在、自然数は
1+1＝2 から始まる個数の足し算で定義され、
掛け算は足し算のくりかえしとしている。

しかし、
これは元々イタリアの数学者ペアノの説のまま
吟味不足のまま使われている考えです。
20×0.3 はどう考えても
足し算の繰り返しではありません。
何故、そのような考えが
数の基礎と考えられたのでしょうか。

私は、1，２，３、……　の
考えの元を知りたくて
20代のころ大型書店を巡り

数学書が
1，２，３、……を
どのように作り出しているのか
探し回りました。しかし、
どの本も
自然数の成立過程を考えようとは
していませんでした。

以来、50年間考え続けて得た結論は
次の通りです。

自然数は、 足し算が元ではなく、 **同じ形**、**等しい大きさ**、**等質**の物体を作り **それを数えた**ときに不思議にわかる **比**の感覚が数の元である、

ということです。

つまり、
同じ形、**同じ大きさ**、**等質**の物体
の個数を数えていると、
　　個数が２倍になれば
　　長さも２倍になり
　　広さ（面積）も２倍になり、
　　かさ（体積）も２倍になり、
ひいては
　　重さも２倍になるという感覚が生まれます。

３倍、４倍、……、ｎ倍、……
についても同じです。

これを
自然数の基礎とすると
逆の**２等分**、**10 等分**などを得て
後の分数や小数にも
何の問題もなくつながるのです。

ペアノの公理に基づく
おどろおどろしい論理など
必要なくなるのです。

ここで、もう一つ強調しておきたいのは
数学における**逆向き**の考えです。

逆という用語は
『逆は必ずしも真ならず』
というところで使われていて、
別のところでは
別の用語が必要になるのですが、
敢えて、
これからここでは
別の用語にせず
逆という用語を使っていきたいと思います。
何故なら、

逆という概念は
数学にとってとても重要な働き
をするからです。

掛け算の逆向きが　**わり算**
足し算の逆が　引き算、
２乗の逆が　２乗根、
微分の逆が　積分、
関数の **x** と **y** を入れ替えたら逆関数。

右の逆が　左
上の逆が　下
いくらでもあります。

「逆は必ずしも真ならず」
に独占させるのは
もったいない考え方です。

２倍の**逆**は　２等分。
３倍の**逆**は　３等分。

２倍とは、実は**２等倍**
３倍とは、実は**３等倍**のことですね。

　３ ＋ ２とは、
何かの３倍と
何かの２倍を足したら
何かの５倍になる、
ということの**略式**と考えたら、
数体系が**矛盾なく繋がる**のです。

上のことを
数式風に表すと

何か　　　何か
○×3　＋　○×2

　　何か
＝　○×（3+2）

＝　　　○×　5
赤文字の部分がいつもの足し算です。

ペアノの公理

数学者ペアノが、何故、
足し算の繰り返しを掛け算と考えたのか。

ちょっと想像してみました。

数直線を得て
負の数についても考えられるようになった
西洋世界は、
数直線が幅を利かせていたでしょう。

数直線を見ながら考えたら
掛け算は、
足し算の繰り返しとしか
想像できないのです。
皆さんもやってみてください。

数直線は、
数の概念を広げた**貢献者**ですが、
数直線にミスリードされることも
あるわけです。