f(x)を中学数学で使ってみます。

x についての**関数**を f(x)と表します。

以前、関数は 函数(かんすう) と呼ばれていました。

それは、中国語でそう呼ばれていたからです。

function　の発音が中国語の函と似ていたからです。

函は箱でそこに何でも入れられる

という意味で使われていたのでした。

戦後、80 年前のことですが、

漢字の使用が制限されて使いづらくなったので、

音が同じで数学的に意味がつながる

関数となったのです。

$\boxed{\text{変化の割合}}$について考えてみましょう。

中学二年で学んだ
$y=ax+b$　の変化の割合を
$y=ax+b=f(x)$
を使って観察します。

変化の割合とは
$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$　でした。

x の増加量を
d と表すことにします。
　　コロナでお馴染みの distans です。」
すると、

$$\frac{f(x+d)-f(x)}{(x+d)-x}$$

$$=\frac{\{a(x+d)+b\}-\{ax+b\}}{d}$$

$$=\frac{\{ax+ad+b\}-\{ax+b\}}{d}$$

$$=\frac{ad}{d}$$

$$=a$$

1次関数はどんな場合も
変化の割合は**xの係数**になるのですね。

$y = x^2$　ならば、

x^2の値の変化を表にすると

	x	0	1	2	3	4
	f(x)	0^2	1^2	2^2	3^2	4^2
	y	0	1	4	9	16

変化の割合とは

$\dfrac{\text{yの増加量}}{\text{xの増加量}}$　でした。

xの増加量が1のとき、
yの増加量は
xの値がどこで始まるかによって
異なります。

xの増加量が０から**１**で1のとき、
ｙの増加量は０から１で１ですから、
変化の割合は 1 です。

xの増加量が１から**２**で1のとき、
ｙの増加量は１から４で３ですから、
変化の割合は **3** です。

xの増加量が２から**３**で1のとき、
ｙの増加量は４から９で５ですから、
変化の割合は **5** です。

このような変化の観察は大変重要です。
しかし、言葉を重ねていくのも面倒で、
止(や)めておきたくなりますね。

$y=x^2$　を

$y=x^2=f(x)$　と表すと、

ｘの増加量が２から**３で１**のとき、 ｙの増加量は４から９で５ですから、 変化の割合は５です。

は、次のように表せます。

$$\frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{3^2-2^2}{3-2} = \frac{9-4}{3-2} = 5$$

ｘの値が **ある数ｎから２増**えたとき の**変化の割合**は？

等という問題の時も

$$\frac{f(n+2)-f(n)}{(n+2)-n}$$

$$=\frac{(n+2)^2 - n^2}{(n+2) - n}$$

$$=\frac{n^2+4n+4 - n^2}{2}$$

$$=\frac{4n+4}{2}$$

$$= 2n+2$$

3からならば

$2\times 3+2$

5からならば

$2\times 5+2$

法則が素早く見つかるのですネ。

特定のｎからではなく、
どこからでものｘで、
ｘの増加量も特定の２とかでなく
ｄであれば

$$\frac{f(x+d)-f(x)}{(x+d)-x}$$

$$=\frac{(x+d)^2 - x^2}{d}$$

$$=\frac{x^2+2dx+d^2 - x^2}{d}$$

$$=\frac{2dx+d^2}{d}$$

$$=\ 2x+d$$

もし、
ｘの増加量のｄが
限りなく小さいものであれば、
２ｘ+ｄ　は
限りなく２ｘに近づくのですね。

これが、
数学Ⅱで学ぶ微分というテーマです。
微分も大したことないですね。

f(x)を使うと
法則が素早く見つかるのです。