

Aの式とBの式とが
等しいことを証明するためには、

あ Aの式がBの式に変換できることを示すか、
Bの式がAの式に変換できることを示す。

か Aの式がCの式に変換でき、
Bの式もまたCの式に変換できることを示す。

さ $A - B = 0$ は
 $A = B$ と同値であるから、
 $A - B = 0$ でもよい。

の3つの証明方法があります。

それぞれに適当なものを選んで使えばよい。

例題 1

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ を証明せよ。}$$

これを、

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

から初めて、左辺を2乗して

$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

としたのでは証明にならない。

何故なら、

初めから**等しい**とおいているからダメなのです。

左辺を取り出して

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b$$

左辺は右辺と同じになりました、

と言わなければなりません。

どこが違うのか、と思いますよね。

別の例を挙げてみましょう。

例題2

$$(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$$

正しい証明 A

$$\begin{aligned}(a+b)^2 - 4ab &= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= (a-b)^2\end{aligned}$$

左辺が右辺と等しくなりましたから、与式は証明された

これを、

$$(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$$

この式から始めて両辺が同じであることに持って行っても

等式がどうか分からないのに **=** で結んでいるから

証明にならない、と言うわけです。

論理とはいささかややこしいですね。

もう一度先に述べた証明の手順を読み直してください。

Aの式とBの式とが
等しいことを証明するためには、

あ Aの式がBの式に変換できることを示すか、
Bの式がAの式に変換できることを示す。

か Aの式がCの式に変換でき、
Bの式もまたCの式に変換できることを示す。

さ $A - B = 0$ は
 $A = B$ と同値であるから、
 $A - B = 0$ でもよい。

の3つの証明方法があります。

先ほどの例題2を

さの方法でやってみましょう。

き 左辺-右辺=0

例題2

$$(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$$

$$(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$$

両辺から $(a-b)^2$ を引いて

$$\begin{aligned} & \{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab\} - \{a^2 - 2ab + b^2\} \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab - a^2 + 2ab - b^2 \\ &= 0 \end{aligned}$$