次の不等式が常に成り立つことを示せ。

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$	ただし、 a> 0 b> 0

次の説明は**証明**になっていないことに注意！

両辺を２乗して、 $$\frac{a^2+2ab+b^2}{4} \geq ab$$ 両辺を４倍して、 $$a^2+2ab+b^2 \geq 4ab$$ 両辺から４ab を引いて、 $$a^2-2ab+b^2 \geq 0$$ 左辺を平方完成して $$(a+b)^2 \geq 0$$ 実数の平方は常に０以上である。

検定教科書の解答と比べて何が違うのかを確認しなさい。

$a > 0$

$b > 0$

だから、両辺はともに正である。ゆえに、

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

の両辺を２乗しても

不等号の向きは変わらない。

$$\left\{\frac{a+b}{2}\right\}^2 \geq \left\{\sqrt{ab}\right\}^2$$

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{4} \geq ab$$

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{4} \geq ab$$

$$a^2+2ab+b^2 \geq 4ab$$

$$a^2-2ab+b^2 \geq 0$$

$$(a-b)^2 \geq 0$$