

$$\sin(\alpha + \beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta)$$

$\alpha + \beta$  という足し算になっているから

加法定理をと名付けられています。

式で表すと結論はカンタンです。

$$\sin(\alpha + \beta)$$

$$= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta)$$

$$= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

しかし、はじめのうちけっこう覚えにくい。

直角三角形の加法定理を理解するために  
幾つかの準備が必要です。

一、直角三角形の2つの鋭角の和は  $90^\circ$  ですから

一方の鋭角が、例えば  $50^\circ$  ならば、

もう一方の鋭角は、 $90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$  です。

二、 $\sin \theta$  は、比を表すとともに

三、斜辺を 1 とすると

$\sin \theta$  も  $\cos \theta$  も

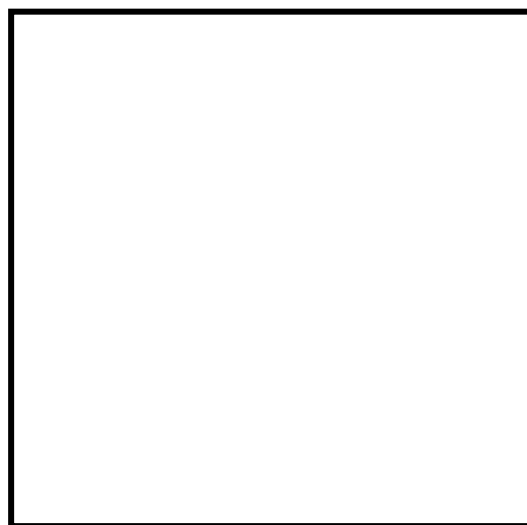
一つの長さも表します。

また、この加法定理は

3 卷 4 章の  $\sin$  の微分に必須です。

重要な式なので、  
大きな図版を何枚も使って説明します。

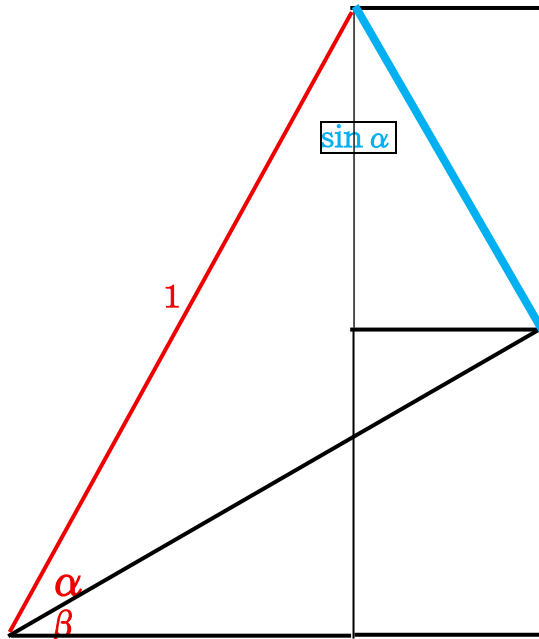
ふつう、右のようなサイズの  
小さな図版に  
たくさんの要素を  
盛り込んでいるので、  
順番に何を見ていけば  
良いのか  
分かりにくいのです。



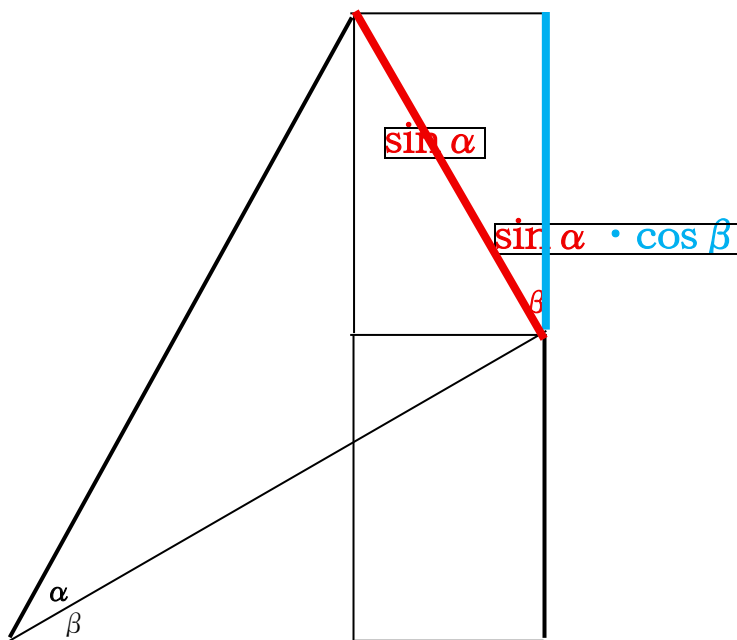
数学は、  
式や説明文を**大**きな文字で  
図版も**大**きく、  
**何枚**にも分けて表せば  
非常にカンタンになります。

やってみましょう。

上の図の  
 赤い線を  $1$  とすれば、青い線は  $\sin \alpha$

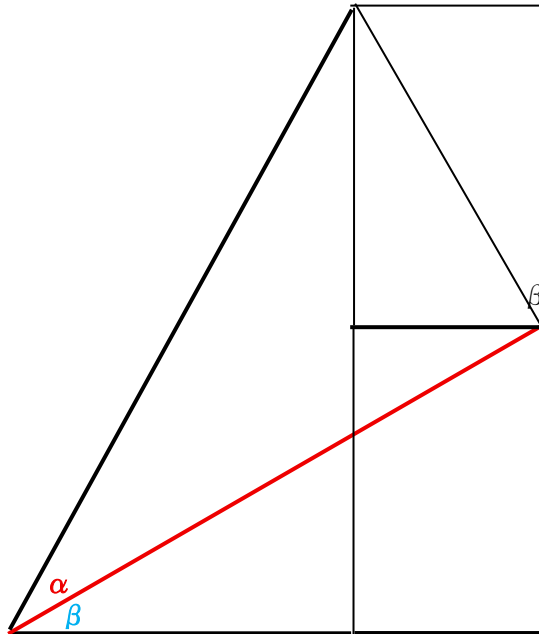
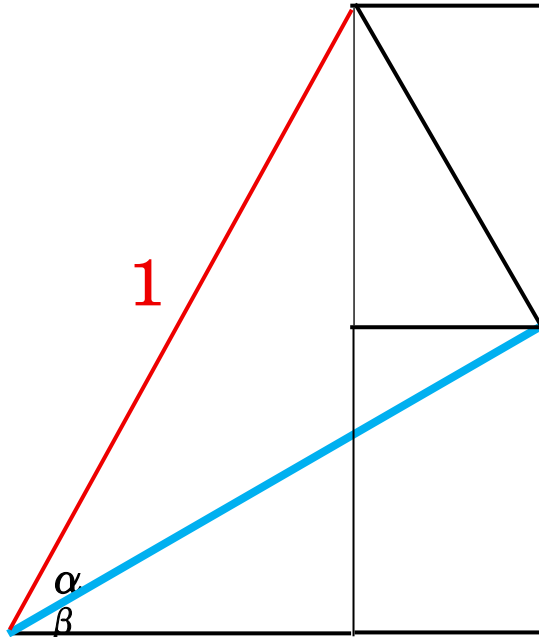


下の図の  
 赤い線を  $\sin \alpha$  とすれば、  
 青い線は  $\sin \alpha \cdot \cos \beta$



右の図の

赤い線を  $1$  とすれば、青い線は  $\cos \alpha$

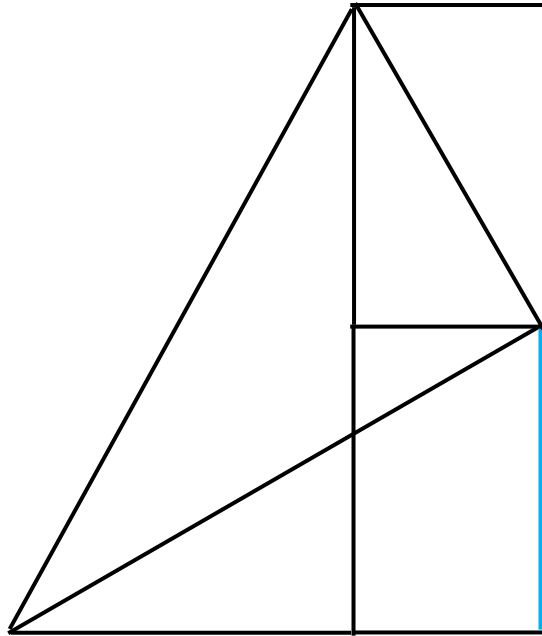


右上の図の

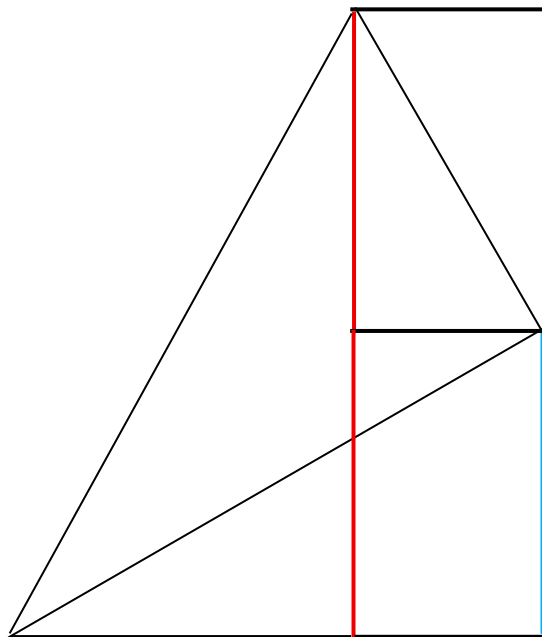
赤い線を  $\cos \alpha$  とすれば、  
青い線は  $\cos \alpha \cdot \sin \beta$

前の 2 ページの青い線の和は

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$



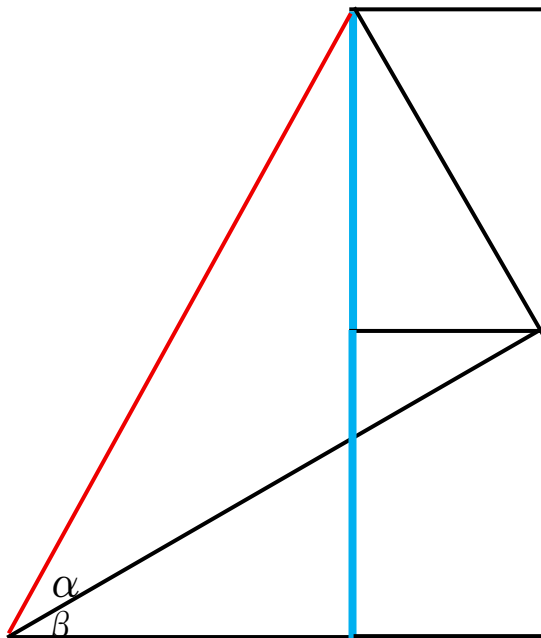
青い線の和の  $\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$  は下の図の赤い線と等しい。



上の図の

赤い線を 1 とすれば、青い線は

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$



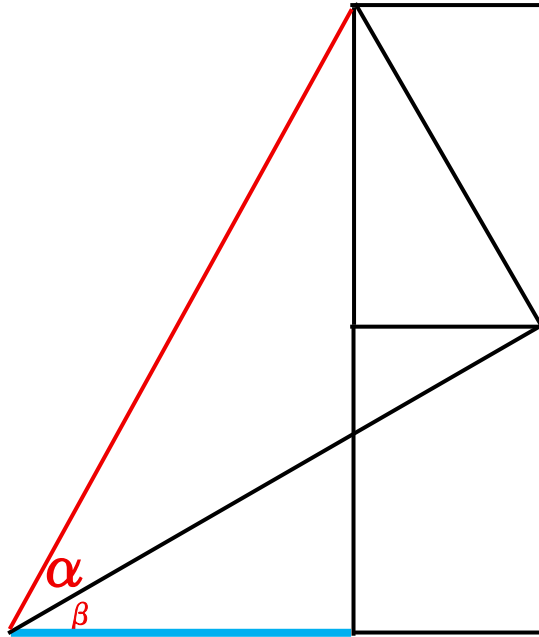
それは、

$$\sin (\alpha + \beta)$$

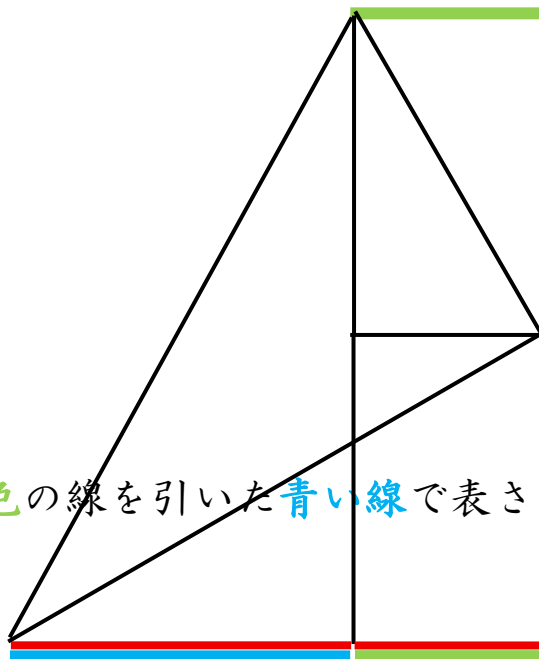
である。

$\cos(\alpha + \beta)$  は

赤い線を 1 とすると  
青い線の長さで表される。



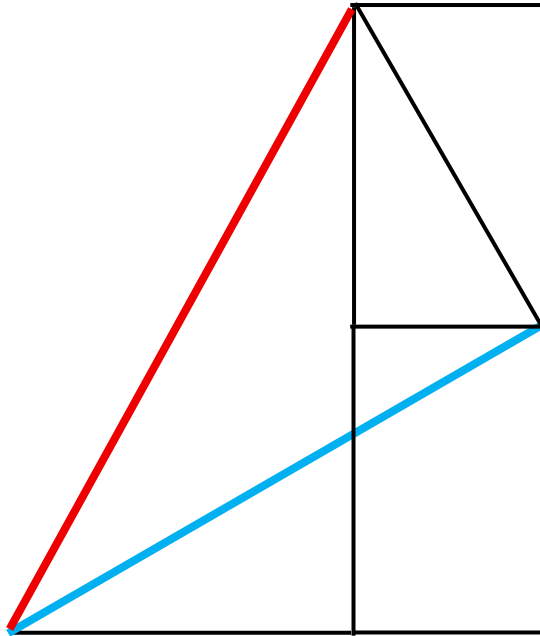
それは、下図のように、



赤い線から、緑色の線を引いた青い線で表されている。

赤い線を 1 とすると

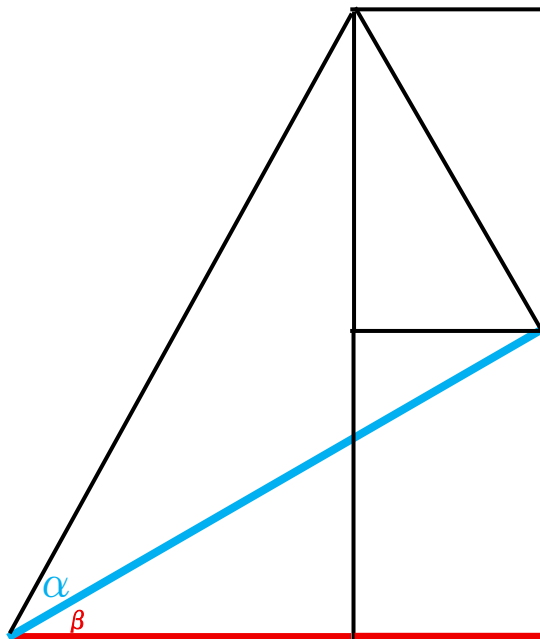
青い線は  $\cos \alpha$  で表される



右下の図で

青い線を  $\cos \alpha$  と表すと

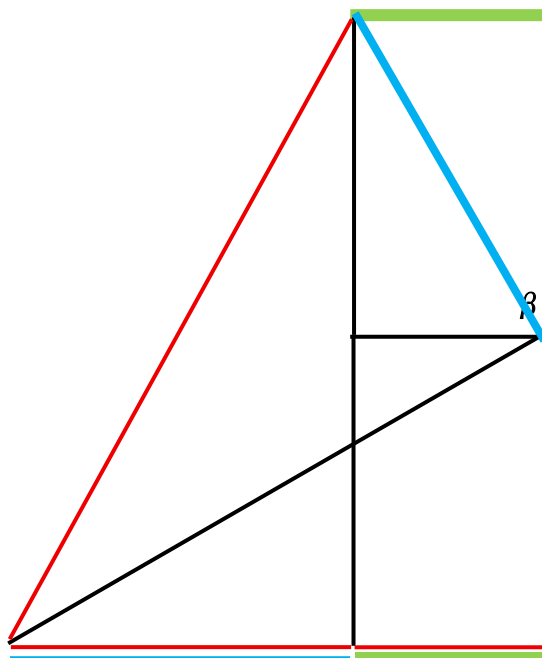
赤い線は  $\cos \alpha \cdot \cos \beta$  で表される

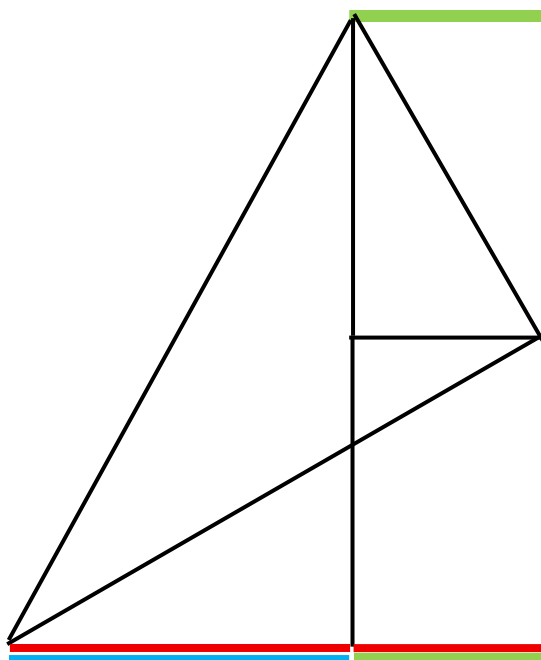


赤い線を 1 として

青い線は  $\sin \alpha$

緑色の線は  $\sin \alpha \cdot \sin \beta$





赤い線は  $\cos \alpha \cdot \cos \beta$

緑色の線は  $\sin \alpha \cdot \sin \beta$

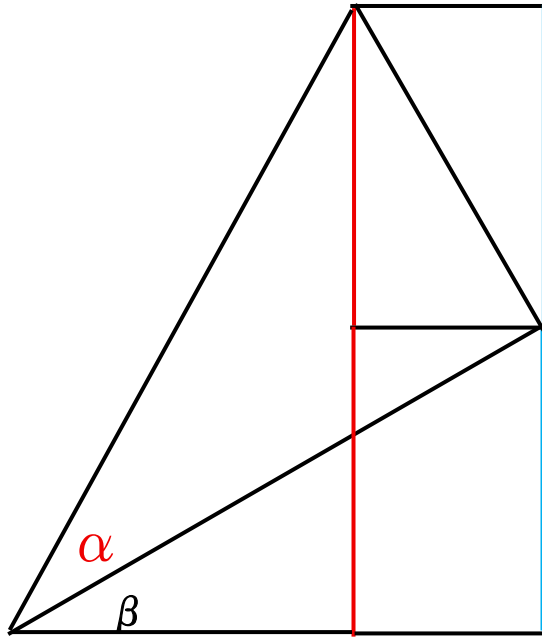
で表される。よって、

青い線  $\cos(\alpha + \beta)$

$$= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

と表される。

次の図を押さえながら、 $\sin(\alpha + \beta)$  を説明しなさい。



次の図を押さえながら  $\cos(\alpha + \beta)$  を説明しなさい。

