３次方程式

３次方程式の解き方には、いろいろの段階がある。

例えば、

$(x-1)(x-2)(x-3)=0$ ならば、

x は、1、2、3　が解とすぐにわかる。

これを展開した

$$f(x) = x^3-6x^2+11x-6 = 0$$

この展開が正解かどうかは、

$$f(1) = 0$$
$$f(2) = 0$$
$$f(3) = 0$$

となるかどうかで確かめられます。

$$f(1) = 1^3 -6\cdot 1^2 +11\cdot 1 -6 = 0$$
$$f(2) = 2^3 -6\cdot 2^2 +11\cdot 2 -6 = 0$$
$$f(3) = 3^3 -6\cdot 3^2 +11\cdot 3 -6 = 0$$

ならばどのようにして解くか。

因数定理を使って

$f(1)=1-6+11-6=0$　だから、

（x−1）の因数がある。

$f(2)=8-24+22-6=0$　だから、

（x−2）の因数がある。

$f(3)=27-54+33-6=0$　だから、

（x−3）の因数がある。

３次方程式

しかし、

1，2，3と、そううまくいく時ばかりではない。

$(x+1)(x+2)(x+3)=0$ ならば、

x は、-1、−2、−3 が解とすぐにわかる。

しかし、これを展開した

$f(x) = x^3+6x^2+11x+6 = 0$ のとき、

1、2、3　と順にいったのでは失敗になる。

全部プラスだから、マイナスが無ければならないから、

−1から試してみますか。

しかし、

$(x-1)(x+2)(x-3)=0$ ならば、

直ぐに解けるけれど

これを展開した３次方程式

$f(x) = x^3 -2x^2 -5x -6 = 0$ は

プラスマイナスいろいろ試さねばならない。

３次方程式

$(x+2)(x-4)(x-\frac{1}{2})=0$ のように、

因数に**分数**が混じったらどうなるのか。

$f(x)=x^3-4x^2+x-4=0$ ではどうだろうか。

虚数まで入ってきたのでは、

とても因数定理だけでは対応できない。

３次方程式にも解の公式が存在するけれど、

複雑過ぎてだれも覚えない。

３次方程式

どの辺りに解があるのかは、解が実数ならば

$$y=f(x)=(x+2)(x-4)\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

x の関数 f(x)のグラフを描いて探せる。

$$y=x^3-\frac{5}{2}x^2-7x+4$$

$y'=3x^2-5x-7=0$　となるのは、

因数分解できないから

解の公式を使って

$$\frac{5 \pm \sqrt{25+84}}{2\cdot 3}$$

$$=\frac{5 \pm \sqrt{109}}{6}$$

…………とかなり面倒である。

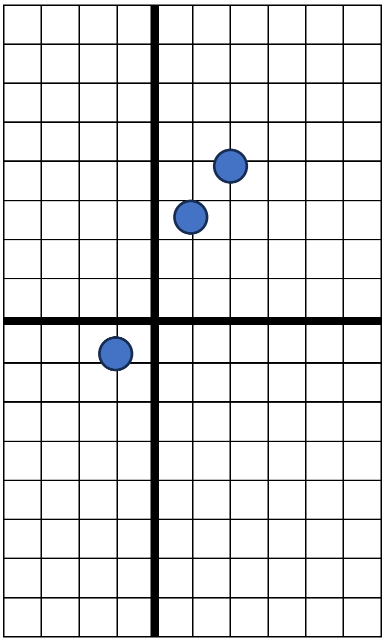
それよりも

グラフのおよその形を求めるのに、

ｘ＝0、1，2，3、-1，-2　として、

ｙの値を求めてグラフに表してみようか。

３次方程式



普通のテキストは、

答えの出やすい数値を使っているようです。