

(x の 2 乗) を 3 乗することを

$$\left(x^2\right)^3 \text{ と表す。}$$

x^2 は x の関数であり、

$\left(x^2\right)^3$ は、 x^2 の関数である、
とすることが出来る。

このように、

「ある関数の関数」を「合成関数」と呼び、
その微分法の工夫が合成関数の微分
と呼ばれるものです。

今まで通りの方法は次の通りですね。

$$\begin{aligned} & \left(x^2\right)^3 \\ = & x^{2 \times 3} = x^6 \end{aligned}$$

これを微分すると $6x^5$

合成関数の微分法とは、

x^2 を u と置き換えると u^3

$(x^2)^3$ は u^3

u^3 を微分すると $3u^2$

u を元の x^2 に戻して

$$\begin{aligned} 3u^2 &= 3(x^2)^2 \\ &= 3x^{2 \times 2} \end{aligned}$$

x^2 を微分すると $2x$

この積が微分の完成だということです。

① $3u^2$ の u を (x^2) に戻して

② x^2 を微分して

③ 2つの式を掛ける

$$(x^2)^3$$

$$3(x^2)^2 \times 2x$$

$$= 3x^{2 \times 2} \times 2x^1$$

$$= 3 \times 2 x^{4+1}$$

$$= 6x^5$$

似た数字で少し異なる問題をやってみます。

(X の 3 乗) を 2 乗することを

$(X^3)^2$ と表す。

X^3 は x の関数であり、

$(X^3)^2$ は、 X^3 の関数である、

X^3 を u とおくと united

$(X^3)^2$ は u^2

u^2 を微分すると $2u^1$

(x^3) を 微分すると $3x^2$

この積が微分の完成だということです。

$2u^1$ の

u を (x^3) に戻して

$2(x^3)^1 \times 3x^2$

$= 2x^3 \times 3x^2$

$= 2 \times 3 x^{3+2}$

$= 6x^5$

$U = x^3$ $U^5 = (x^3)^5$	を微分する
---------------------------	-------

U^5 を微分して $5U^{5-1}$

U を x^3 に戻して $5(x^3)^{5-1}$

これは

$$5(x^3)^{5-3-1} \quad \textcircled{1}$$

x^3 を微分して

$$3x^{3-1} \quad \textcircled{2}$$

① と②を掛けると

$$5(x^3)^{5-3-1} \times 3x^{3-1}$$

$$= 5 \times 3(x^3)^{5-3+3-1}$$

$$= 5 \times 3x^{3 \cdot 5-1}$$

ラストコーナーです。

$U = x^m$ $U^n = (x^m)^n$	を微分する
---------------------------	-------

U^n を微分して nU^{n-1}

U を x^m に戻して

$$n(x^m)^{n-1}$$

これは

$$n(x^{mn-m}) \quad \textcircled{1}$$

x^m を微分して

$$mx^{m-1} \quad \textcircled{2}$$

① と②を掛けると

$$n(x^{mn-m}) \times mx^{m-1}$$

$$= nm(x^{mn-m+m-1})$$

$$= mn x^{mn-1}$$

$$\{ (x^m)^n \}'$$

$$= \{ x^{m n} \}'$$

$$= mn x^{mn-1}$$

$$\int \frac{1}{3} (\sin x)^3 dx$$

$\sin x = U$ と置いて、

合成関数の微分法を用いると

$$\int \frac{1}{3} U^3 dx$$

$$= \frac{1}{3} U^3 \cdot U'$$

$U = \sin x$ に戻すと

$$= \frac{1}{3} (\sin x)^3 \cdot (\cos x)$$

$$= \frac{1}{3} (\sin x)^2 \cdot \cos x$$

$$= \frac{1}{3} \sin^2 x \cdot \cos x$$